



# حل سنج

آزمون حلی سنج ۷

۲۹ آذر ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	ریاضیات	۱۷	۱	۱۷	۳۰ دقیقه	حسابان: حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده
		۱۲	۱۸	۲۹	۲۱ دقیقه	هندسه: صبا مهدوی
		۱۱	۳۰	۴۰	۱۹ دقیقه	گسسته: احسان ایزدپناه محمد پیشنماز علیرضا شریف خطیبی

@helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{\sqrt{x-1}-1} & x \neq a \\ \frac{\cos b}{[x+2]} & x = a \end{cases}$  در بازه  $[0, +\infty)$  پیوسته باشد،  $b$  کدام عدد می تواند باشد؟  
( [ ] جزء صحیح است.)

(۱)  $\frac{\pi}{6}$       (۲)  $\frac{2\pi}{3}$       (۳)  $\frac{5\pi}{3}$       (۴)  $\pi$

۲- کدام گزینه دربارهٔ تابع  $f(x) = \begin{cases} |x + [-x]| & [x] = \text{زوج} \\ \sqrt[3]{x - [x]} & [x] = \text{فرد} \end{cases}$  درست است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱) در  $\mathbb{R}$  پیوسته است.

(۲) در تمام نقاط به طول صحیح ناپیوسته است.

(۳) در تمام نقاط به طول زوج ناپیوسته است.

(۴) در تمام نقاط به طول فرد ناپیوسته است.

۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a \tan^2 \pi x & |x^3| < x^2 \\ 1 - \cos \pi x & |x^3| \geq x^2 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، حاصل  $2a - b$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$       (۲)  $-1$       (۳)  $-\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{2}{3}$

۴- تابع  $f(x) = \frac{x^3+1}{ax^3+bx^2+2x-1}$  فقط در دو نقطه ناپیوسته می باشد، به طوری که در یکی از نقاط ناپیوسته، دارای حد حقیقی و در دیگری فاقد حد حقیقی است. حاصل  $a + b$  کدام است؟ *azmonvip*

(۱)  $\frac{-3}{2}$       (۲)  $\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{5}{4}$       (۴)  $\frac{4}{3}$

۵- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2+(m-1)x-m-1}}{|x^2-a^2|} & x \neq a \\ b & x = a \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (۲)  $\sqrt{2}$       (۳)  $\sqrt{3}$       (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

محل انجام محاسبات

۶- اگر تابع  $f(x) = (x^2 + bx - a) \left[ \sin \frac{\pi}{4} x \right]$  در بازه  $[-2, 2]$  پیوسته باشد، طول نقطه ناپیوسته تابع  $g(x) = \frac{\sin x^2 + \sqrt{x+2}}{\sqrt{bx+2+a-1}}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۱      (۲) ۱      (۳) ۳      (۴) -۲

۷- اگر نقاط  $A \left| \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right.$  و  $B \left| \begin{matrix} 3 \\ -4 \end{matrix} \right.$  و  $C \left| \begin{matrix} 5 \\ -2 \end{matrix} \right.$  رأس‌های یک مثلث باشند، چنانچه  $H$  و  $M$  به ترتیب پای ارتفاع  $AH$  و پای میانه  $AM$  باشد، طول پاره خط  $HM$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$       (۲)  $5\sqrt{2}$       (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $\sqrt{2}$

۸- اگر اضلاع یک مستطیل منطبق بر خط‌های  $x + 2y = 6$  و  $2x - y = 4$  باشند و نقطه  $A \left| \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix} \right.$  یکی از رأس‌های آن باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲) ۲      (۳)  $\frac{5}{2}$       (۴)  $\sqrt{5}$

۹- خط  $y = 3x + 1$  در نقاط  $x = 1$  و  $x = 2$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. هرگاه  $g(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f^2(x) - 11f(x) + 28}{x^2 - a^2}$  باشد، حاصل  $g(1) + g(2)$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲)  $-1/5$       (۳)  $-1/75$       (۴)  $-2/25$

۱۰- اگر  $f(x) = \frac{(x^2-1) \cos \pi x}{x^2+1}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2-4x+3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲) ۱      (۳) -۱      (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۱- به ازای کدام مقدار  $a$ ، نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع  $f(x) = \frac{|2x-4|}{1+\sqrt{ax}}$  در نقطه گوشه آن، بر هم عمودند؟

- (۱) ۲      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳) ۱      (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۲- اگر  $f(x) = \frac{x^3+ax+4}{bx-[x]}$  و  $f'_-(1) = \frac{2}{3}$  باشد، مقدار  $f'_+(1)$  کدام است؟  $azmonvip$

- (۱) ۲      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $-\frac{1}{2}$       (۴) -۲

محل انجام محاسبات

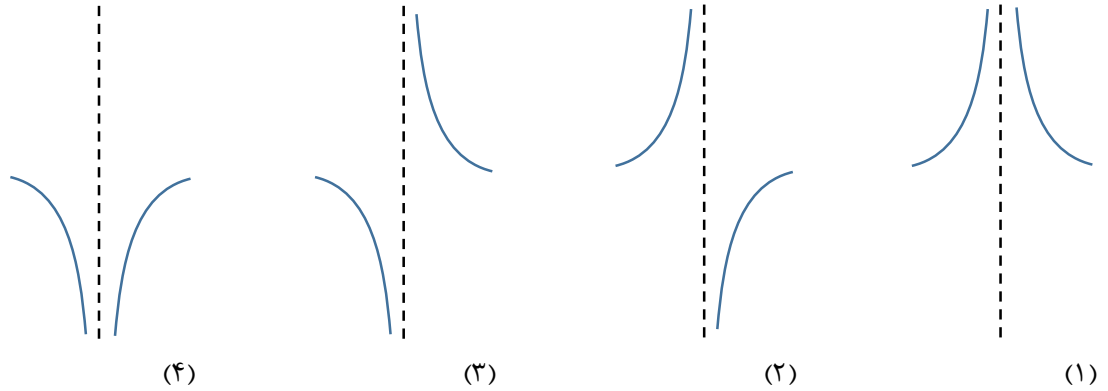
۱۳- نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 1 & |x| \leq 1 \\ 4x + 3 & |x| > 1 \end{cases}$ ، نمودار مشتق خود را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۴- اگر  $f(x) = \frac{x^2}{\pi \sin x}$  باشد، حاصل  $P = f(x) + \tan x f'(x)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

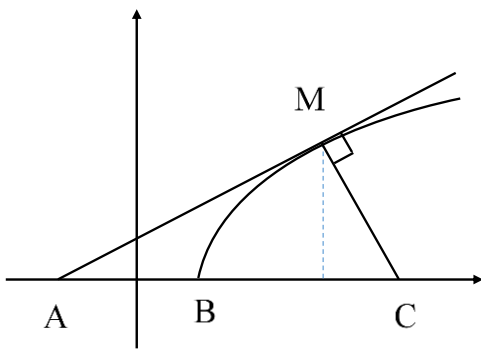
۱۵- اگر  $x = 2$  خط مماس قائم تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + a}$  باشد، نمودار  $f'$  در مجاورت  $x = 2$  چگونه است؟



۱۶- اگر  $f(x) = \frac{|x-2| + [3x]}{\sqrt{3x+1}}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳)  $-\frac{5}{2}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۷- در شکل زیر، خط  $d$  در نقطه  $M$  بر منحنی  $f(x) = \sqrt{2x-1}$  مماس است. اگر  $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{7}$  باشد، طول نقطه  $M$  در دستگاه مختصات چقدر است؟



- (۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

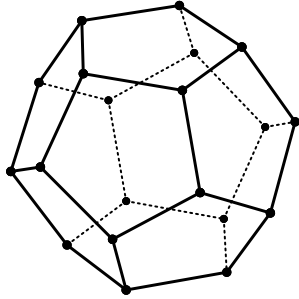
۱۸- دوزنقه  $ABCD$  با قاعده‌های  $AB$  و  $DC$  مفروض است. قطرهای  $AC$  و  $BD$  در  $E$  متقاطع‌اند. پاره‌خط  $FG$  گذرا از نقطه‌ی  $E$  و موازی  $AB$  طوری رسم شده است که  $F$  بر روی  $AD$  و  $G$  بر روی  $BC$  قرار دارد. اگر  $AB = ۵$  و  $DC = ۲۰$  باشد، آن‌گاه  $FG$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۱۹- تمام زوایای هشت‌ضلعی  $ABCDEFGH$  برابرند. اگر  $AB = ۱$ ،  $BC = ۲$ ،  $CD = ۳$ ،  $DE = ۴$  و  $EF = FG = ۲$  باشد، آن‌گاه محیط این هشت‌ضلعی کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲)  $۲۰ + ۲\sqrt{۲}$  (۳)  $۲۰ + \sqrt{۲}$  (۴)  $۱۸ + \sqrt{۲}$

۲۰- قطر فضایی یک دوازده‌وجهی منتظم هر پاره‌خطی است که دو رأس غیر هم‌وجه را به یکدیگر وصل کند. دوازده‌وجهی منتظم چند قطر فضایی دارد؟



- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۲۱- اگر  $EC \perp AB$ ،  $DC \perp AB$  و  $E$  و  $D$  دو نقطه‌ی متمایز باشند و  $D$  روی  $EC$  نباشد. کدام یک از گزینه‌ها صحیح نیست؟

(۱) اگر  $F$  بر روی  $ED$  باشد، آن‌گاه  $FC \perp AB$

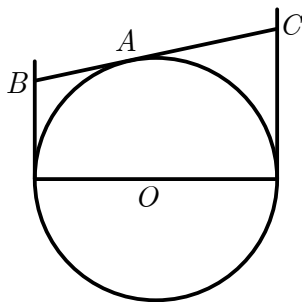
(۲) صفحه  $EDC$  بر پاره‌خط  $AB$  عمود است.

(۳) صفحه  $DCB$  شامل  $A$  است.

(۴) اگر  $G$  بر روی صفحه  $EDC$  نباشد، آن‌گاه  $GC \perp AB$

۲۲- در دو سر قطری دلخواه از دایره‌ی  $O$  دو مماس بر این دایره رسم شده است. خط سومی بر دایره  $O$  در نقطه‌ی  $A$  مماس شده است و دو

مماس دیگر را در  $B$  و  $C$  قطع می‌کند. اگر  $BO = ۴\sqrt{۲}$  و  $CO = ۵\sqrt{۳}$  باشد، نسبت  $AB$  به  $AC$  کدام است؟



(۱)  $۴\sqrt{۲}$  به  $۵\sqrt{۳}$

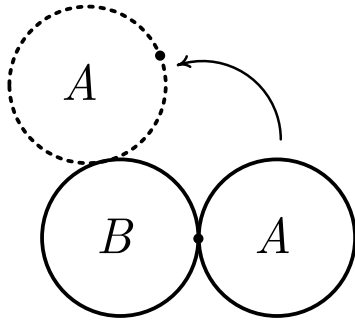
(۲) ۳۲ به ۷۵

(۳) ۱۶ به ۶۰

(۴) ۴ به ۵

محل انجام محاسبات

۲۳- دو دایره  $A$  و  $B$  به شعاع برابر مفروضند. دایره  $A$  بر روی محیط دایره  $B$  یک بار کامل می‌گردد و به نقطه اولیه باز می‌گردد. در طی این حرکت، دایره  $A$  چند دور می‌چرخد؟  $azmonvip$



(۱) یک دور

(۲) دو دور

(۳) یک و نیم دور

(۴) نیم دور

۲۴- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = BC = ۲$  و  $AC = ۱$ . میانه  $AM$  و نیمساز  $CT$  در نقطه  $P$  متقاطع‌اند. طول  $BP$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{34}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{34}}{4}$  (۴)  $\sqrt{17}$

۲۵- مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $B = 90^\circ$ ). نقطه  $D$  طوری روی ضلع  $BC$  قرار دارد که  $\hat{BAD} = \hat{BAC}$ . اگر  $AC = ۲$  و  $CD = ۱$  باشد، آن‌گاه  $BD$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۲۶- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  می‌باشد. تعداد ماتریس‌های سه در سه  $B$  با درایه‌های  $b_{ij}$ ، به طوری که  $b_{ij} \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  و معادله

$AB = BA$  برقرار باشد، کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۶۴ (۴) ۳۱۲۵

۲۷- از نقطه  $A(0, 3)$  واقع بر دایره  $x^2 + 4x + (y - 3)^2 = 0$  وتر دلخواه  $AB$  را رسم کرده و سپس از سمت  $A$  تا نقطه  $M$  طوری امتداد می‌دهیم که  $AM = ۲AB$ . معادله مکان هندسی  $M$  کدام است؟

(۱)  $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$  (۲)  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$

(۳)  $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$  (۴)  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0$

محل انجام محاسبات

۲۸- خط  $y = mx + 1$  دایره‌ی  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$  را در نقاط  $P$  و  $Q$  قطع می‌کند. اگر طول نقطه‌ی وسط  $PQ$  برابر  $-\frac{3}{5}$  باشد، آن‌گاه کدام یک از گزینه‌های زیر درباره‌ی مقادیر  $m$  صحیح است؟

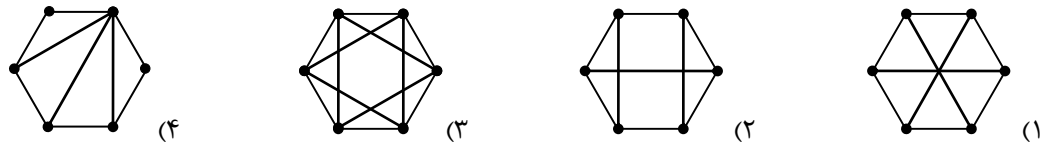
(۱)  $6 \leq m < 8$       (۲)  $2 \leq m < 4$       (۳)  $4 \leq m \leq 6$       (۴)  $-3 \leq m \leq -1$

۲۹- معادله مماس‌های وارد از مبدأ بر دایره  $x^2 + y^2 - 2rx - 2hy + h^2 = 0$  کدام است؟

(۱)  $y = 0, x = 0$        $(h^2 - r^2)x - 2rhy = 0, x = 0$

(۲)  $y = 0, x = r$        $(h^2 - r^2)x + 2rhy = 0, x = 0$

۳۰- مکمل کدام گراف، همبند است؟



۳۱- یک گراف ساده از مرتبه ۷، دو رأس از درجه ۵ و پنج رأس از درجه ۲ دارد. اگر رأس‌های درجه ۵ این گراف مجاور باشند، آنگاه تعداد دورهای به طول ۴ در این گراف کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

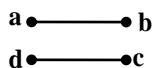
۳۲- با مجموعه رأس‌های  $V = \{a, b, c, d, e\}$  چند گراف ساده می‌توان ساخت به طوری که  $N_G(a) - N_G(b) = \{c, d\}$  باشد؟

(۱) ۱۶      (۲) ۱۸      (۳) ۲۴      (۴) ۳۲

۳۳- در گرافی  $p = 10$  و  $q = 42$  است. حداکثر چند رأس با درجه ۸ در این گراف وجود دارد؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۶      (۴) ۷

۳۴- گراف  $G$  در شکل مقابل چند زیرگراف ناتهی دارد؟



- (۱) ۱۰      (۲) ۹

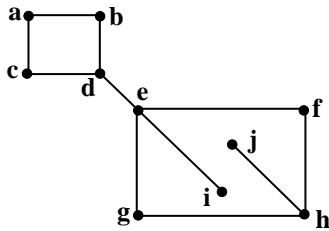
- (۳) ۸      (۴) ۷

محل انجام محاسبات

۳۵- با حذف ۲۴ یال از گراف کامل  $K_p$ ، گراف  $G$  حاصل شده است. اگر گراف  $\bar{G}$ ، ۴- منتظم باشد، آنگاه  $\Delta(G)$  کدام است؟

- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

۳۶- در گراف روبه‌رو چند مسیر از  $a$  به  $h$  وجود دارد؟



- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۴ (۳)      ۳ (۴)

۳۷- گراف  $G$  از مرتبه  $p$  و اندازه  $q$ ، منتظم و ناهمبند است. اگر  $p+q=12$  باشد، این گراف حداکثر چند دور دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۸- گراف  $G$ ، گراف کاملی است که در آن تعداد رأس‌ها نصف تعداد یال‌ها است. تعداد دورهای با طول زوج این گراف چقدر است؟

- ۱۵ (۱)      ۳۵ (۲)      ۶۰ (۳)      ۷۵ (۴)

۳۹- حاصل جمع تعداد یال‌های گراف مکمل  $P_n$  و مکمل  $C_n$  کدام است؟

- ۱)  $2n^2 - 2$       ۲)  $n^2 - 3n + 1$       ۳)  $n^2 - 3n - 1$       ۴)  $n^2 - 2n$

۴۰- در گراف  $K_6$  با رأس‌های  $\{a, b, c, d, e, f\}$  چند زیرگراف از مرتبه ۶ می‌توان رسم کرد به طوری که  $N_G[f] = \{f\}$  و  $\deg(a) = 4$  باشد؟

- ۸ (۱)      ۳۲ (۲)      ۶۳ (۳)      ۶۴ (۴)

محل انجام محاسبات



# حلج سنج

آزمون حلی سنج ۷

۲۹ آذر ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه شماره ۲

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۵۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه	محمدجواد حیدری پوریا دیار کجوری امیر حسن محمدپور
۲	شیمی	۲۰	۷۱	۹۰	۲۵ دقیقه	حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمد رضا زهره‌وند سیدصمد صفوی

 @helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه‌حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۴۱- جسمی به جرم  $40\text{ g}$  به انتهای فنری با ثابت  $64 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  متصل شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. اگر بیشترین و کمترین طول فنر در حین نوسان  $36$  و  $24$  سانتی‌متر باشد، تندی متوسط جسم از لحظه‌ای که طول فنر  $32\text{ cm}$  و حرکت کندشونده است تا لحظه‌ای که برای اولین بار طول فنر  $28\text{ cm}$  می‌شود، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱)  $240$  (۲)  $80$  (۳)  $160$  (۴)  $40$

۴۲- اگر وزنه‌ای به جرم  $m$  را به انتهای فنری قائم‌الوزن کنیم، پس از رسیدن به تعادل، فنر  $36\text{ m}$  تغییر طول می‌دهد. حال اگر با همان وزنه و فنر روی یک سطح افقی حرکت نوسانی ساده به وجود آوریم، بسامد این حرکت چند هرتز خواهد بود؟ ( $\pi = 3$ )

(۱)  $\frac{25}{9}$  (۲)  $100$  (۳)  $\frac{50}{3}$  (۴)  $\frac{25}{3}$

۴۳- وزنه‌ای به جرم  $m$  مانند شکل زیر روی فنر قائم‌نرم و سبکی با ثابت  $k$  قرار می‌دهیم. وزنه به فنر وصل نیست و فقط روی آخرین حلقه فنر قرار گرفته است و تعادل دارد. وزنه را از حالت تعادل حداکثر چه اندازه‌ای می‌توانیم به پایین فشار دهیم تا پس از رها شدن و به نوسان درآمدن، وزنه و فنر از هم جدا نشوند؟ (پایین فنر به زمین متصل است.)



(۱)  $\frac{mg}{k}$  (۲)  $2 \frac{mg}{k}$  (۳)  $3 \frac{mg}{k}$  (۴) حتماً وزنه و فنر از هم جدا می‌شوند.

۴۴- دو آونگ  $A$  و  $B$  را با هم به نوسان درمی‌آوریم. اگر در مدت زمان  $25$  نوسان کامل آونگ  $A$ ، آونگ  $B$   $15$  نوسان کامل انجام دهد و تفاضل طول دو آونگ  $80\text{ cm}$  باشد، طول آونگ  $B$  چند سانتی‌متر است؟

(۱)  $36$  (۲)  $125$  (۳)  $45$  (۴)  $116$

۴۵- در یک مکان معین و در یک مدت زمان مشخص، آونگ  $A$ ،  $5$  نوسان کامل و آونگ  $B$ ،  $12$  نوسان کامل انجام می‌دهد. آونگی که طول آن برابر مجموع طول آونگ‌های  $A$  و  $B$  است، در همین مکان و همین مدت زمان، چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

(۱)  $\frac{30}{13}$  (۲)  $\frac{10}{3}$  (۳)  $\frac{15}{4}$  (۴)  $\frac{60}{13}$

محل انجام محاسبات

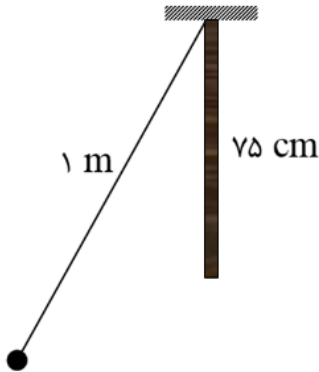
۴۶- دوره تناوب آونگی روی سطح زمین  $T_1$  است. اگر آونگ را به ارتفاع  $8R_e$  از سطح زمین ببریم و طول آن را نیز ۶۴ درصد کم کنیم، دوره

تناوب آن  $T_2$  می‌شود. نسبت  $\frac{T_2}{T_1}$  کدام است؟

- (۱)  $1/8$       (۲)  $2/4$       (۳)  $7/2$       (۴)  $5/4$

۴۷- آونگی مانند شکل زیر با نخ سبکی به طول ۱ متر ساخته‌ایم که در میانه مسیر، به دیوار قائمی گیر می‌کند. دوره تناوب نوسانات کم‌دامنه این

آونگ چند ثانیه است؟ ( $g = \pi^2 \frac{m}{s^2}$ )



- (۱) ۱  
(۲)  $1/25$   
(۳)  $1/5$   
(۴) ۲

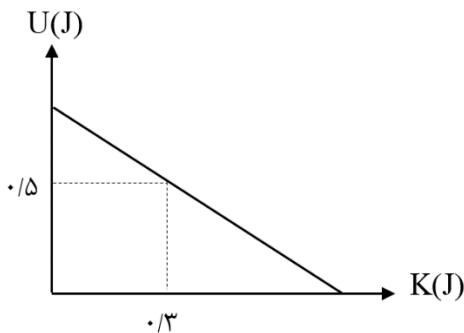
۴۸- وزنه‌ای به جرم ۱۰۰ گرم به انتهای فنری که ثابت آن  $40 \frac{N}{m}$  است، بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده با

دامنه ۱۰ cm انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر ۴ برابر انرژی پتانسیل است، تندی آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱)  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$       (۲)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       (۳) ۱      (۴)  $\sqrt{3}$

۴۹- نمودار انرژی پتانسیل بر حسب جنبشی برای یک سامانه جرم و فنر که روی سطح افقی بدون اصطکاک در نوسان است، به صورت زیر است.

اگر طول پاره‌خط نوسان ۱۶ cm باشد، ثابت فنر چند یکای SI است؟  $SI$   $azmonvip$



- (۱) ۲۵  
(۲) ۲۵۰  
(۳) ۵۰  
(۴) ۵۰۰

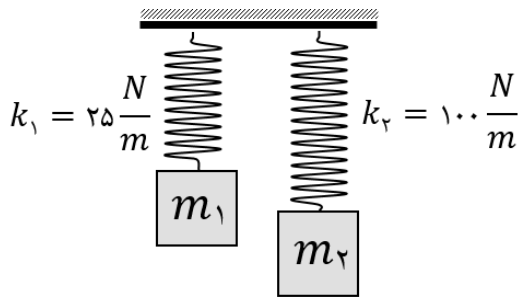
محل انجام محاسبات

۵۰- معادله انرژی پتانسیل بر حسب سرعت برای یک نوسانگر جرم و فنر در SI به صورت  $U = 0.24 - 0.6v^2$  است. اگر دوره تناوب این

حرکت  $\frac{\pi}{5}$  ثانیه باشد، طول پاره خط نوسان چند سانتی متر است؟

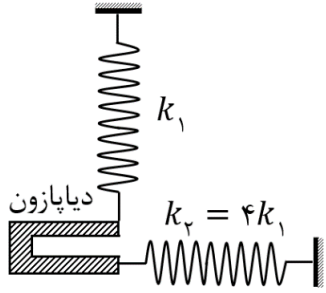
- ۱۰ (۱)                      ۲۰ (۲)                      ۴۰ (۳)                      ۸۰ (۴)

۵۱- در شکل زیر دو فنر به یک میله انعطاف پذیر متصل شده اند. اگر فنر ۲ را کشیده و رها کنیم، با شرایط بیان شده در کدام گزینه، دامنه نوسانات فنر ۱ به شدت افزایش خواهد یافت؟



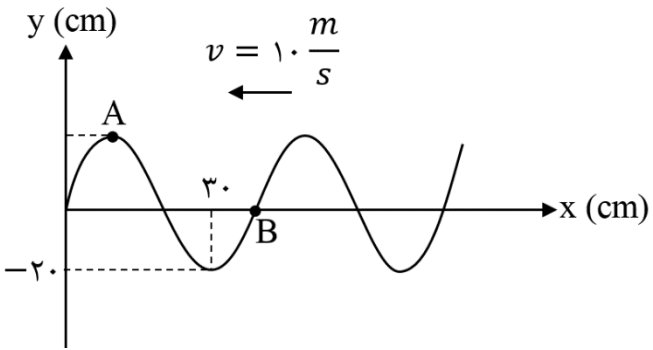
- (۱)  $m_2 = 2m_1$   
 (۲)  $m_2 = 4m_1$   
 (۳)  $m_2 = 2\sqrt{2}m_1$   
 (۴)  $m_2 = \sqrt{2}m_1$

۵۲- مطابق شکل دیپازونی به دو فنر متصل است. اگر شاخه های دیپازون به نوسان درآیند، موج ایجاد شده در فنرهای  $k_1$  و  $k_2$  به ترتیب ..... و ..... هستند و بسامد موج در فنر  $k_2$  ..... بسامد موج در فنر  $k_1$  است. (شاخه های دیپازون در حین نوسان به هم نزدیک و از هم دور می شوند).



- (۱) طولی، عرضی، ۴ برابر  
 (۲) عرضی، طولی، ۱ برابر  
 (۳) عرضی، طولی، ۴ برابر  
 (۴) طولی، عرضی، ۱ برابر

۵۳- شکل زیر تصویر موجی را در لحظه  $t = 0$  نشان می دهد. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه ذره B برای اولین بار در موقعیت فعلی ذره A قرار می گیرد؟



- (۱)  $\frac{1}{50}$   
 (۲)  $\frac{1}{100}$   
 (۳)  $\frac{1}{150}$   
 (۴)  $\frac{3}{100}$

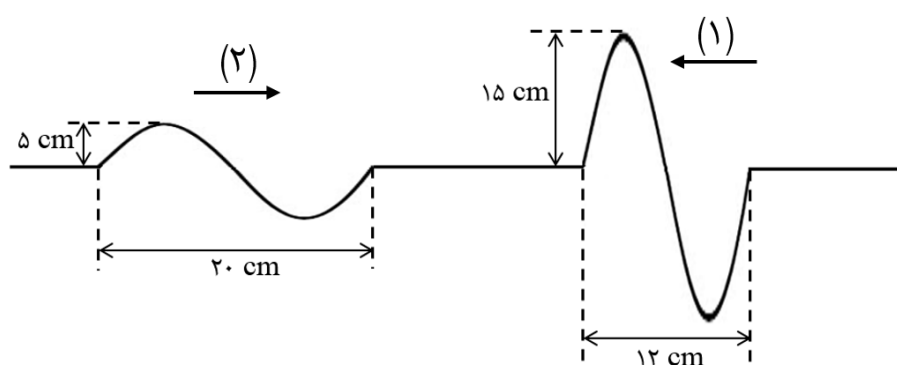
محل انجام محاسبات

۵۴- طنابی به طول  $4\text{ m}$  و جرم  $200\text{ g}$  تحت کشش  $20\text{ N}$  قرار دارد. انتهای طناب مانند شکل، به یک وزنه  $1$  کیلوگرمی وصل است که از فنر قائمی با ثابت  $k = 1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$  آویزان است. وزنه را اندکی در راستای قائم پایین می‌آوریم و رها می‌کنیم تا در طناب موج عرضی ایجاد شود. طول موج ایجاد شده در طناب چند متر است؟ ( $\pi = 3$ )



- (۱)  $1/2$
- (۲)  $0/6$
- (۳)  $6$
- (۴)  $12$

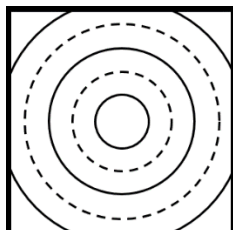
۵۵- دو موج عرضی از دو طرف یک طناب به سمت هم در حرکت هستند. توان متوسط انتقال انرژی در موج (۱) چند برابر موج (۲) است؟



- (۱)  $\frac{9}{5}$
- (۲)  $5$
- (۳)  $\frac{81}{25}$
- (۴)  $25$

۵۶- در یک تشت موج مربع شکل به ضلع  $1\text{ m}$ ، گوی متحرک با فاصله‌های زمانی  $0/5\text{ s}$  ضربه‌هایی به مرکز تشت می‌زند تا امواج دایره‌ای در سطح آب ایجاد شود. اگر  $1/25\text{ s}$  طول بکشد تا موج از مرکز تشت به دیواره تشت برسد، فاصله افقی یک قله و دره مجاور در موج چند سانتی‌متر

است؟ azmonvip

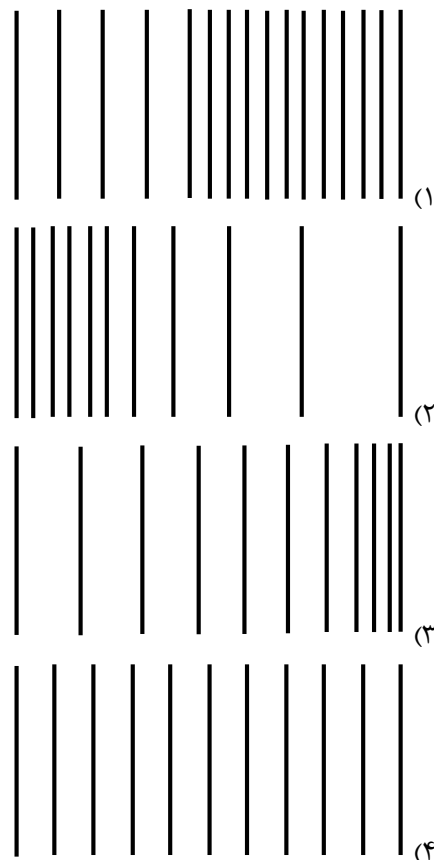


- (۱)  $10$
- (۲)  $20$
- (۳)  $15$
- (۴)  $30$

محل انجام محاسبات

۵۷- شکل زیر، نمای تشت موجی را از کنار نشان می‌دهد که در سطح آب داخل آن، موج‌های تخت توسط نوسان‌سازی با بسامد ثابت ایجاد می‌شود. شکل جبهه‌های موج در سطح تشت از نمای بالا به کدام صورت است؟

چشمه امواج تخت



۵۸- یک موج الکترومغناطیسی سینوسی با طول موج  $600 \text{ nm}$  از بالای خط استوا به سمت زمین (در راستای امتداد شعاع زمین) حرکت می‌کند. اگر میدان الکتریکی این موج در لحظه  $t = 0$  و در یک نقطه خاص، بیشینه و در جهت غرب باشد، میدان مغناطیسی این موج در لحظه

$t = \frac{1}{4} \times 10^{-15} \text{ s}$  و در همان نقطه، چه کسری از مقدار بیشینه و در چه جهتی است؟  $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$

(۲) ۱، جنوب

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، جنوب

(۴) میدان مغناطیسی صفر است.

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، شمال

محل انجام محاسبات

۵۹- دو گره فلزی مشابه A و B روی پایه‌های عایق نصب شده‌اند و مانند شکل با هم تماس دارند. میله‌ای با بار مثبت را به گره A نزدیک می‌کنیم و در همین حالت دو کره را از هم جدا می‌کنیم؛ سپس میله را دور می‌کنیم. اکنون گره فلزی مشابه و خنثای C را از پایه عایق آن گرفته، ابتدا با گره A و سپس با گره B تماس می‌دهیم. اگر بار اولیه گره A (پس از جدا کردن آن از گره B) را با  $Q_A$ ، و بار نهایی گره C را با  $q_C$  نشان دهیم، کدام گزینه درست است؟



$$Q_A = -4q_C \quad (1)$$

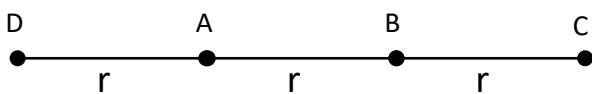
$$Q_A = 4q_C \quad (2)$$

$$Q_A = -2q_C \quad (3)$$

$$Q_A = 2q_C \quad (4)$$

۶۰- چهار بار الکتریکی نقطه‌ای همنام و هم‌اندازه، در نقاط A، B، C و D ثابت شده‌اند و اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار موجود در نقطه A برابر  $F$  است. حال اگر بار واقع در نقطه B را به نقطه D منتقل کنیم، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار موجود در نقطه A، برابر  $F'$  می‌شود.

نسبت  $\frac{F'}{F}$  کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$7 \quad (2)$$

۶۱- در شکل زیر، میدان ناشی از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه M برابر  $\vec{E}$  است. علامت بار  $q_1$  را قرینه می‌کنیم و مقدار بار  $q_2$  را دو برابر می‌کنیم، میدان در نقطه M،  $-3\vec{E}$  می‌شود.  $\frac{q_2}{q_1}$  چقدر است؟



$$-\frac{2}{45} \quad (1)$$

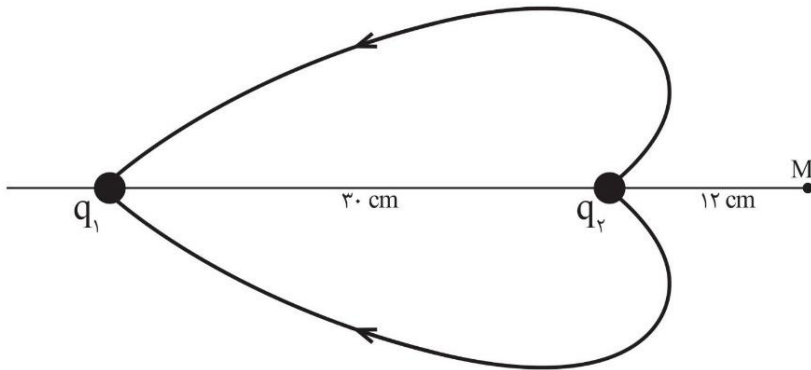
$$-\frac{5}{18} \quad (2)$$

۶۲- بردار میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای  $q$ ، در نقطه  $A(5m, -3m)$  هم‌راستا با بردار  $\vec{j} - \vec{i}$  است و بردار میدان الکتریکی ناشی از همین بار در نقطه  $B(-3m, 2m)$  برابر  $\vec{j} = 36000 \left(\frac{N}{C}\right)$  است. بار  $q$  برحسب میکروکولن کدام است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

$$-16 \quad (1) \quad 16 \quad (2) \quad -36 \quad (3) \quad -16 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۶۳- دو کره فلزی کوچک مشابه با بارهای  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله ۳۰ سانتی متری از هم، در جای خود ثابت شده‌اند و دو خط میدان این آرایش در شکل زیر دیده می‌شود. اگر اندازه بار یکی از این کره‌ها ۱۶ برابر دیگری باشد، جهت میدان الکتریکی برآیند در نقطه M به کدام سمت است و اگر دو کره را با هم تماس داده و هریک را در جای قبلی خود قرار دهیم، جهت میدان الکتریکی برآیند در نقطه M به کدام سمت می‌شود؟



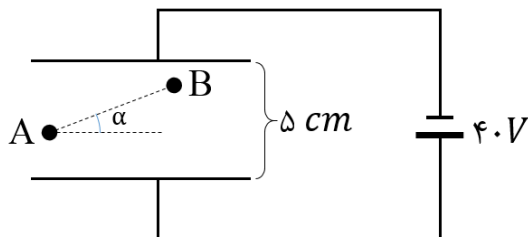
- (۱) ابتدا ← و بعد از تماس ←
- (۲) ابتدا ← و بعد از تماس →
- (۳) ابتدا → و بعد از تماس ←
- (۴) ابتدا → و بعد از تماس →

۶۴- در ناحیه‌ای از فضا که میدان‌های یکنواخت گرانشی و الکتریکی در راستای قائم برقرار هستند، ذره‌ای به جرم  $m$  و بار  $q$  در حال تعادل باقی می‌ماند. ذره‌های «۱» و «۲» با جرم‌های  $m_1 = 2m$  و  $m_2 = m$  و بارهای الکتریکی  $q_1 = 5q$  و  $q_2 = -2q$  را در این میدان رها می‌کنیم.

پس از طی مسافت  $d$  توسط هر ذره، نسبت تندی ذرات  $\frac{v_2}{v_1}$  کدام است؟ *azmonvip*

- (۱)  $\frac{1}{4}$
- (۲)  $\sqrt{2}$
- (۳) ۲
- (۴) ۴

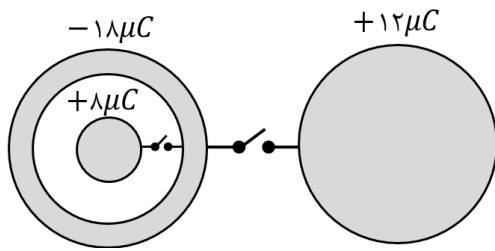
۶۵- مطابق شکل، دو صفحه رسانا و بلند و موازی به اختلاف پتانسیل  $40V$  متصل شده‌اند. اگر فاصله دو نقطه A و B از هم  $5cm$  باشد،  $V_B - V_A$  چند ولت است؟ ( $\sin \alpha = 0.3$ )



- (۱) -۲۴
- (۲) ۲۴
- (۳) -۱۲
- (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۶۶- مطابق شکل، دو کره رسانای مشابه، یکی توپُر و یکی توخالی، به ترتیب دارای بارهای الکتریکی  $+12\mu C$  و  $-18\mu C$  هستند و کلیدی بین آن‌ها وجود دارد. درون کره توخالی، کره رسانای کوچکی قرار دارد که با کلید دیگری به کره بیرونی وصل می‌شود. اگر هر دو کلید بسته شود، بار نهایی کره توپُر بزرگ‌تر چند میکروکولن خواهد شد؟



- (۱) ۴  
(۲) ۳  
(۳) ۲  
(۴) ۱

۶۷- دو کره رسانای مشابه A و B به شعاع  $10\text{ cm}$  که دارای بارهای  $q_A = 60\mu C$  و  $q_B = -12\mu C$  هستند را به هم تماس داده و از هم جدا می‌کنیم. چگالی سطحی بار کره A چند میکروکولن بر متر مربع کاهش می‌یابد؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۱۰۰  
(۲) ۲۰۰  
(۳) ۳۰۰  
(۴) ۴۰۰

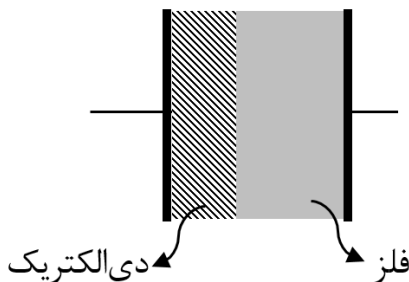
۶۸- خازنی که فضای بین صفحات آن خلاء است را به یک باتری متصل می‌کنیم تا شارژ شود. سپس در همین حالت، فاصله بین صفحات خازن را  $\frac{1}{4}$  کرده و دی‌الکتریک با ثابت  $K = 2$  را داخل آن قرار می‌دهیم. سپس خازن را از باتری جدا نموده و دوباره فاصله صفحات را به حالت اول باز می‌گردانیم و دی‌الکتریک را خارج می‌کنیم. انرژی ذخیره شده در خازن در حالت نهایی چند برابر حالت اولیه است؟

- (۱) ۶۴  
(۲) ۱  
(۳) ۸  
(۴) ۱۶

۶۹- اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن با ظرفیت  $20\mu F$  را از  $V_1$  به  $V_2$  افزایش می‌دهیم؛ انرژی ذخیره شده در خازن به میزان  $1600\mu J$  افزایش می‌یابد. اگر مجموع  $V_1$  و  $V_2$  برابر با  $40\text{ V}$  باشد، تفاضل  $V_1$  و  $V_2$  چند ولت است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۷۰- مقدار  $\frac{1}{3}$  از فاصله بین صفحات خازنی با ظرفیت اولیه C را مطابق شکل از دی‌الکتریک با ثابت  $K = 5$  و بقیه فاصله را با یک فلز پر می‌کنیم. ظرفیت خازن جدید چند برابر C خواهد شد؟



- (۱)  $\frac{5}{3}$   
(۲) ۱۵  
(۳) ۵  
(۴)  $\frac{3}{5}$

محل انجام محاسبات

۷۱- ۳ قطعه فلز Fe، Al و Ag با جرم‌های ۱۰، ۲۰ و ۴۰ گرم و با دمای  $55^{\circ}\text{C}$  را در ۱۳۵ گرم آب وارد کرده‌ایم تا پس از مدتی به دمای تعادل  $35^{\circ}\text{C}$  برسد. دمای اولیه آب بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟

(گرمای ویژه آلومینیم، آهن، نقره و آب به ترتیب برابر  $0.9$ ،  $0.45$ ،  $0.225$  و  $4$  در نظر گرفته شود.)

(۱) ۳۴ (۲) ۳۳ (۳) ۳۶ (۴) ۳۵

۷۲- چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست است؟

الف) آنتالپی پیوند کربن - اکسیژن: بنزالدید  $<$  دی متیل اتر

ب) گرمای سوختن ( $\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ ): اتان  $<$  پروپان

پ) گرمای ویژه: اتانول  $<$  سدیم کلرید

ت) پایداری:  $\text{NH}_3 < \text{N}_2\text{H}_4$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در مولکول  $\text{N}_2$  هیتانون بالاترین عدد اکسایش اتم کربن  $+2$  است.

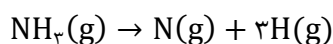
(۲) گرمای مبادله شده در واکنش  $\text{CO}(g) + \frac{1}{2}\text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g)$  را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد.

(۳) ظرفیت گرمایی یک ماده، برخلاف گرمای ویژه به مقدار ماده (جرم) بستگی دارد.

(۴) از آمونیوم نیترات به‌عنوان ماده‌ای در بسته‌های سرمازا استفاده می‌شود.

۷۴- چه تعداد از مطالب زیر در مورد مفهوم آنتالپی پیوند درست بیان شده است؟

• میانگین آنتالپی پیوند  $\text{N} - \text{H}$  برابر  $\frac{1}{3}$  گرمای آزاد شده در واکنش زیر می‌باشد:



• در هیدروکربن‌ها، آنتالپی پیوند  $\text{C} = \text{C}$  از دو برابر آنتالپی  $\text{C} - \text{C}$  کم‌تر است.

• در اندازه‌گیری آنتالپی پیوندهای  $\text{C} - \text{C}$ ،  $\text{N} - \text{N}$  و  $\text{O} - \text{H}$ ، استفاده از مفهوم میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است.

• آنتالپی و آنتالپی پیوند یک مول گرافیت از الماس بیشتر است.

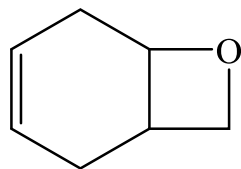
• آنتالپی پیوند  $\text{C} - \text{C}$  از  $\text{O} - \text{O}$  کم‌تر، ولی از  $\text{Si} - \text{Si}$  بیش‌تر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۷۵- با توجه به ساختار ترکیب داده شده، چند مورد درست است؟ ( $C = 12$  و  $H = 1: g \cdot mol^{-1}$ )

(الف) فرمول شیمیایی ترکیب  $C_7H_8O$  است.



(ب) نسبت جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در لایه ظرفیت اتم‌های این ترکیب برابر ۱۰ است.

(پ) دارای گروه عاملی استری است.

(ت) ۲۲۰ گرم از آن با جذب ۲ مول هیدروژن سیر می‌شود.

(ث) تعداد پیوندهای  $C-H$ ، ۴ عدد بیشتر از پیوندهای  $C-C$  است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

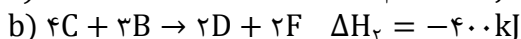
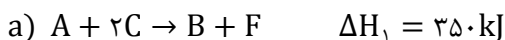
۷۶- با توجه به جدول و معادله ترموشیمیایی داده شده، اختلاف آنتالپی پیوندهای نیتروژن - نیتروژن یگانه و سه گانه چند کیلوژول بر مول است؟



پیوند	H - H	N - H
$\Delta H \left( \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right)$	۴۳۵	۳۹۰

(۱) ۱۱۲۰ (۲) ۷۸۰ (۳) ۴۶۰ (۴) ۲۷۰

۷۷- براساس واکنش‌های زیر،  $\Delta H$  واکنش نمادین  $2A + D \rightarrow 3C + 4B$  چند کیلو ژول است؟



(۱) +۶۷۰ (۲) +۷۸۵ (۳) +۷۱۵ (۴) +۷۳۰

۷۸- با توجه به ماهیت مواد a و b در عبارت‌های زیر، چه تعداد از عبارت‌ها درست هستند؟

(الف) واکنش  $2KF + I_2 \rightarrow 2a + F_2$  خودبه‌خودی است.

(ب) با افزایش محلول آبی a به محلول  $H_2O_2$ ، سرعت تولید گاز b در واکنش  $2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + b$  افزایش می‌یابد.

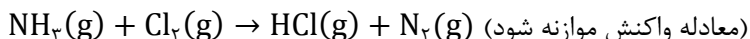
(پ) با وارد کردن مقدار زیادی از گاز b به ظرف حاوی آهن داغ و سرخ‌شده، آهن می‌سوزد.

(ت) با هدایت گرمای تولید شده از واکنش آهن با گاز b، به ظرف حاوی پتاسیم پرمنگنات و یک اسید آلی، محلول به آرامی بی‌رنگ می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۹- ۵۶۰ لیتر مخلوط آمونیاک و گاز کلر در شرایط STP با نسبت‌های مولی برابر با ضرایب این مواد در معادله موازنه شده، موجود است. اگر با

گذشت ۳۰ ثانیه، ۳۰ درصد از گاز کلر واکنش بدهد، سرعت تولید هیدروژن کلرید چند مول بر ثانیه می‌باشد؟



(۱) ۳ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۵ (۴) ۵

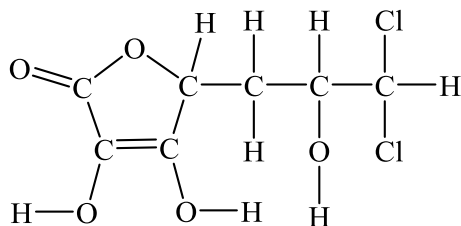
محل انجام محاسبات

۸۰- اگر طی دو واکنش جداگانه سوختن پروپان و سوختن استون، سرعت واکنش اول نصف سرعت واکنش دوم باشد، نسبت سرعت مصرف

اکسیژن در واکنش سوختن استون به سرعت تولید  $\text{CO}_2$  در واکنش سوختن پروپان کدام است؟

- ۱)  $\frac{4}{3}$       ۲)  $\frac{8}{3}$       ۳)  $\frac{3}{4}$       ۴)  $\frac{3}{8}$

۸۱- چه تعداد از اتم‌های کربن در ساختار مولکول زیر، عدد اکسایش برابر با میانگین عدد اکسایش نیتروژن در ترکیب آمونیوم نیترات دارد؟



- ۱) ۱  
۲) ۲  
۳) ۳  
۴) ۴

۸۲-  $X$  و  $Y$  دو فلز هستند و  $X^+$  اکسندۀ قوی‌تری از  $Y^{2+}$  است. چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست هستند؟

الف) در سلول گالوانی متشکل از  $X$  و  $Y$  غلظت  $X^+$  در اطراف تیغه کاتد کم می‌شود.

ب) قدرت کاهندگی  $Y(s)$  بیشتر از  $X(s)$  است.

پ) می‌توان محلول دارای  $X^+$  را در ظرفی از جنس  $Y$  نگهداری کرد.

ت) در نمودار غلظت - زمان مربوط به سلول گالوانی  $Y - X$  افزایش هر واحد غلظت  $Y^{2+}$  با کاهش دو واحدی غلظت  $X^+$  همراه خواهد بود.

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۸۳- نسبت تعداد الکترون‌های مبادله شده به ضریب ماده کاهنده در کدام یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه کوچک‌تر است؟

- ۱)  $\text{MnO}_4^- + \text{H}^+ + \text{I}^- \rightarrow \text{Mn}^{2+} + \text{I}_2 + \text{H}_2\text{O}$   
 ۲)  $\text{MnO}_4^- + \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 + \text{H}^+ \rightarrow \text{Mn}^{2+} + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$   
 ۳)  $\text{Br}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Br}^- + \text{BrO}_3^- + \text{H}^+$   
 ۴)  $\text{Fe}^{3+} + \text{Sn}^{2+} \rightarrow \text{Fe}^{2+} + \text{Sn}^{4+}$

۸۴- در سلول گالوانی حاصل از دو نیم‌سلول  $A$  و  $B$ ،  $(\text{emf} = 0.82\text{V})$  با گذشت زمان درون محلول الکترولیت  $B$ ، کاتیون‌های  $A^{2+}$  پدیدار

می‌شود. با جایگزینی نیم‌سلول  $C$  به جای  $B$ ، علاوه بر تغییر جهت جریان در مدار خارجی،  $\text{emf}$  سلول به  $1/237$  تغییر می‌یابد. چه تعداد از

عبارتهای زیر به یقین درست است؟

الف)  $\text{emf}$  سلول حاصل از دو نیم‌سلول  $B$  و  $C$  برابر  $0.41$  ولت است.

ب) کاتیون  $A^{2+}$  اکسندۀ ضعیف‌تری از  $C^{2+}$  است.

پ) محلولی از کاتیون  $C^{2+}$  را می‌توان هم در ظرفی از جنس  $A$  و هم در ظرفی از جنس  $B$  نگهداری کرد.

ت) واکنش « $B^{2+} + C \rightarrow$ » به‌طور خودبه‌خود خودی انجام می‌شود.

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

### محل انجام محاسبات

۸۵- چه تعداد از موارد زیر دربارهٔ برقکافت آب درست بیان شده است؟

الف) با افزودن هر ترکیب یونی البته به مقدار اندک می‌توان آب را برقکافت کرد.

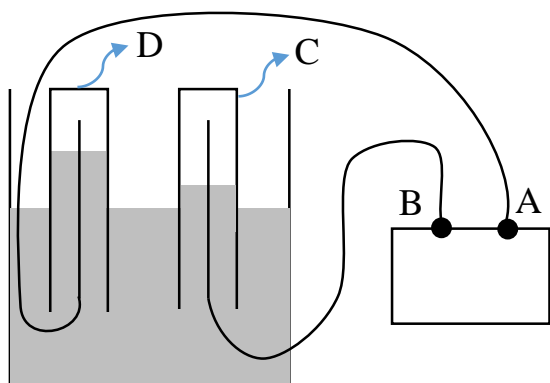
ب) به‌ازای جریان  $10^{22} \times 3/01$  عدد الکترون در شرایط STP، اطراف کاتد ۲۲۴ میلی‌لیتر گاز تولید می‌شود.

پ) کاغذ pH اطراف الکترودی که اکسیژن آزاد می‌شود، قرمز می‌شود.

ت) برای برقکافت آب از جریان مستقیم و دو الکتروگرافیتی که در طول برقکافت تغییر جرم نمی‌دهند، استفاده می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)



۸۶- با توجه به شکل زیر که برقکافت آب را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های

زیر درست است؟

الف) الکتروکود D، آند سلول الکترولیتی است.

ب) در محیط C، pH کوچک‌تر از ۷ است.

پ) B قطب مثبت باتری است.

ت) اگر به‌جای باتری از سلول گالوانی حاصل از کروم و نیکل استفاده کنیم، تیغه

کروم باید به‌جای قطب B وصل شود.  $E_{Cr^{3+}/Cr} = E_{Ni^{2+}/Ni} = -0.237$  و  $-0.737$

( $-0.737$ )

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۸۷- گاز کلر حاصل از برقکافت سدیم کلرید مذاب مطابق واکنش زیر برای تهیه محلول سفیدکننده ( $NaClO(aq)$ ) استفاده می‌شود. برای تولید

۵۰۰ لیتر محلول سفیدکننده با غلظت ۷۴۵ میلی‌گرم بر کیلوگرم، چند گرم سدیم کلرید مذاب باید در سلول الکترولیتی برقکافت شود؟ (بازده

فرایند برقکافت ۵۰ درصد است و چگالی محلول سفیدکننده  $\frac{g}{ml}$  ۱ است.)

( $Na = 23$  و  $Cl = 35.5$ ,  $H = 1$ ,  $O = 16$ ;  $g \cdot mol^{-1}$ )

معادله موازنه شود)  $NaOH(aq) + Cl_2(g) \rightarrow NaCl(aq) + NaClO(aq) + H_2O(l)$

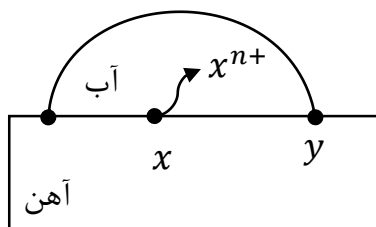
۱ (۱) ۸۱۱/۵ ۲ (۲) ۲۹۲/۵

۳ (۳) ۱۱۷۰ ۴ (۴) ۱۷۵۵

محل انجام محاسبات

۸۸- شکل زیر خوردگی آهن در محیط مرطوب را نشان می‌دهد. کدام مطلب با توجه به آن نادرست است؟

(۱) نقطه X محیط آندی و Y محیط کاتدی فرایند هستند و به‌مرور با آزاد کردن  $Fe^{2+}$ ، نقطه X خورده می‌شود.



(۲) اگر pH آب را کاهش دهیم، واکنش کاتدی بدون تغییر ولی واکنش آندی تغییر می‌کند و باعث افزایش emf می‌شود.

(۳) با افزودن موادی مانند  $SO_3$ ،  $NaCl$  و دی‌نیتروژن پنتوکسید به آب، سرعت و مقدار خوردگی آهن افزایش می‌یابد.

(۴) اگر یک سیسم مسی را درون قطره آب و در تماس با قطعه آهنی قرار دهیم، سرعت و مقدار خوردگی آهن افزایش می‌یابد.

۸۹- اگر در یک قطعه حلبی پس‌از ایجاد خراش،  $10^{23} \times 2/408$  عدد الکترون از بخش آندی به سمت بخش کاتدی جاری شود، نسبت جرم آند مصرف شده به جرم گاز مصرف شده در بخش کاتدی کدام است؟

(۱) ۳/۵

(۲) ۷

(۳) ۱۰/۵

(۴) ۱۶

۹۰- کدام مطلب نادرست است؟ ( $C = 12$ ،  $Al = 27$ ،  $O = 16$ :  $g, mol^{-1}$ )

(۱) برای حفاظت لوله‌های نفتی در برابر خوردگی، از میله‌های منیزی در اطراف لوله‌ها استفاده می‌شود.

(۲) در فرایند خوردگی آهن، آب علاوه بر واکنش‌دهنده در فرایند کاتدی، نقش اکسنده دارد.

(۳) در استخراج آلومینیم به روش هال، به‌ازای عبور جریان ۴ مول الکترون، درآند ۱۲ گرم تغییر جرم ایجاد می‌شود.

(۴) آلومینیم با وجود آن‌که به‌سرعت در هوا اکسید می‌شود، ولی در برابر خوردگی مقاوم است.

محل انجام محاسبات



# حل سنج


پاسخنامه حل سنج ۷

۲۹ آذر ماه ۱۴۰۲

## پایه دوازدهم – رشته ریاضی

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان	۱۷	۱	۱۷	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۸	۲۹	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۱	۳۰	۴۰	۱۹ دقیقه
۲	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۷۱	۹۰	۲۵ دقیقه

نام درس	طراحان (حروف الفبا)	ویراستاران
ریاضی و حسابان	حسین شفیعزاده، علیرضا ندافزاده	محمدحسین حاجی ابراهیمی
هندسه	صبا مهدوی	
آمار و احتمال و گسسته	احسان ایزدپناه	
فیزیک	محمد جواد حیدری، پوریا دیارکجوری، امیرحسن محمدپور	احسان محمدی
شیمی	حسن ایزدی، مسعود خوش‌طینت، محمدرضا زهره‌وند، سید صمد صفوی	میلاذ قاسمی

 @helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه‌حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱ (نداف زاده) - گزینه ۳ (متوسط)

با توجه به قضایای پیوستگی باید  $a = 4$  باشد.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 1 - 1}{(x - 4) \left( \sqrt[3]{(\sqrt{x} - 1)^2} + 1 + \sqrt[3]{\sqrt{x} - 1} \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{(x - 4) \left( \sqrt[3]{(\sqrt{x} - 1)^2} + 1 + \sqrt[3]{\sqrt{x} - 1} \right) (\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12} = f(4) = \frac{\cos b}{6} \\ \rightarrow \cos b &= \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{\Delta \pi}{3} \end{aligned}$$

۲ (نداف زاده) - گزینه ۳ (دشوار)

تابع در همه نقاط به طول غیرصحيح پیوسته است. حال فرض می‌کنیم که  $a$  یک عدد صحيح زوج می‌باشد:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) &= \lim_{\substack{x \rightarrow a^+ \\ x > a \rightarrow -x < -a}} |x + [-x]| = |a + (-a - 1)| = 1 \\ \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow a^-} \sqrt{x - [x]} = \sqrt{a - (a - 1)} = 1 \\ f(a) &= |a + [-a]| = |a - a| = 0 \end{aligned}$$

پس تابع در هیچ نقطه‌ای به طول زوج پیوسته نیست.

حال فرض کنیم  $a$  یک عدد فرد باشد:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow a^+} \sqrt{x - [x]} = \sqrt{a - a} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) &= \lim_{\substack{x \rightarrow a^- \\ x < a \rightarrow -x > -a}} |x + [-x]| = |a + (-a)| = 0 \\ f(a) &= \sqrt{a - [a]} = 0 \end{aligned}$$

پس تابع در تمام نقاط به طول فرد پیوسته است.

۳ (نداف زاده) - گزینه ۲ (متوسط)

$$\begin{aligned} |x^r| < x^r &\rightarrow x^r |x| < x^r \rightarrow \begin{cases} |x| < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases} \\ |x^r| \geq x^r &\rightarrow x^r |x| \geq x^r \rightarrow \begin{cases} |x| \geq 1 \rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \\ x = 0 \end{cases} \\ f(x) &= \begin{cases} \frac{a \tan^r \pi x}{1 - \cos \pi x} & -1 < x < 1, x \neq 0 \\ \frac{r x^r - 1}{r x^r + 1} + b & x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \text{ یا } x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

حال باید پیوستگی تابع در نقاطی به طول  $X_1 = -1$  و  $X_2 = 1$  و  $X_3 = 0$  بررسی شود.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \tan^2 \pi x}{1 - \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \pi^2 x^2}{\frac{\pi^2 x^2}{2}} = 2a$$

$$f(0) = -1 + b \rightarrow 2a = b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1}{4} + b = f(1), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 \rightarrow \frac{1}{4} + b = 0$$

$$\rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$2a = -\frac{5}{4} \rightarrow a = -\frac{5}{8} \rightarrow 2a - b = -\frac{5}{4} + \frac{1}{4} = -1$$

البته شرایط بررسی پیوستگی در نقطه  $X = -1$  دقیقاً مانند شرایط بررسی در نقطه  $X = 1$  می باشد.

#### ۴ (نداف زاده) - گزینه ۱ (متوسط)

با توجه به صورت سؤال می فهمیم که مخرج فقط دو ریشه دارد و یکی از ریشه های مخرج باید ریشه صورت هم باشد. (همان نقطه ناپیوسته ای که دارای حد است). پس یکی از ریشه های مخرج  $X = -1$  می باشد. پس:

$$-a + b - 2 - 1 = 0 \rightarrow b - a = 3$$

$$f(x) = \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{ax^2 + (3+a)x^2 + 2x - 1} = \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{ax^2(x+1) + (x+1)(3x-1)}$$

$$f(x) = \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{(x+1)(ax^2 + 3x - 1)}$$

$$\Delta_g = 0 \rightarrow 9 + 4a = 0 \rightarrow a = -\frac{9}{4} \rightarrow b = \frac{3}{4}$$

$$a + b = -\frac{3}{2}$$

#### ۵ (نداف زاده) - گزینه ۴ (دشوار)

چون تابع در  $\mathbb{R}$  پیوسته است پس:

$$\forall x \in \mathbb{R}; g(x) = 2x^2 + (m-1)x - (m+1) \geq 0 \rightarrow \Delta_g \leq 0$$

$$\rightarrow (m-1)^2 + 4(m+1) = m^2 + 6m + 9 \leq 0$$

$$\rightarrow (m+3)^2 \leq 0 \rightarrow m = -3$$

$$\rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}|x-1|}{|x^2 - a^2|} & x \neq a \\ b & x = a \end{cases}$$

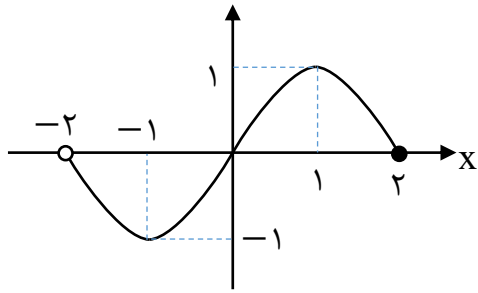
اگر بخواهیم  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) = b$  شود، چون تابع  $f$  باید در  $x = a$  پیوسته شود پس باید  $a = 1$  باشد. (در غیر این صورت حد تابع در  $x = a$  نامتناهی می شود)

$$a = 1 \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}|x-1|}{|x^2 - 1|} & x \neq 1 \\ b & x = 1 \end{cases}$$

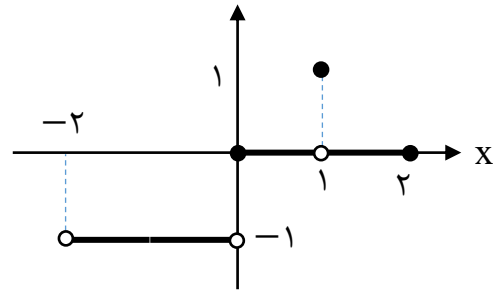
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2}|x-1|}{|x-1||x^2 + x + 1|} = \frac{\sqrt{2}}{3} = f(1) = b$$

۶ (نداف زاده) - گزینه ۲ (متوسط)

نمودار تابع  $y = \sin \frac{\pi}{4} x$  در بازه  $[-2, 2]$  به صورت زیر است.



$$y = \sin \frac{\pi}{4} x$$



$$y = \left[ \sin \frac{\pi}{4} x \right]$$

تابع  $y = \left[ \sin \frac{\pi}{4} x \right]$  در نقاط  $x_1 = 0$  و  $x_2 = 1$  ناپیوسته است و برای پیوستگی تابع  $f(x)$  در این نقاط باید مقدار تابع  $h(x) = x^2 + bx - a$  برابر صفر شود.

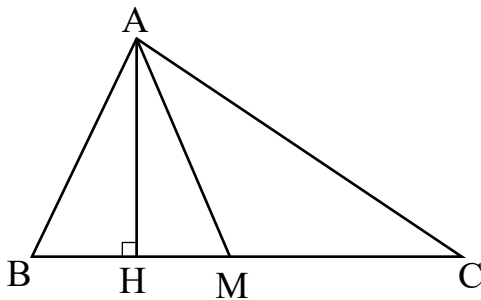
$$h(0) = -a = 0 \rightarrow a = 0, h(1) = 1 + b = 0 \rightarrow b = -1$$

$$g(x) = \frac{\sin x^2 + \sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{2-x}-1}$$

این تابع فقط در ریشهٔ مخرج ناپیوسته است.

$$\sqrt[3]{2-x} = +1 \rightarrow 2-x = 1 \rightarrow x = 1$$

۷ (نداف زاده) - گزینه ۱ (متوسط)



$$m_{BC} = \frac{-4+2}{3-5} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$y + 4 = 1(x - 3)$$

$$\rightarrow y = x - 7$$

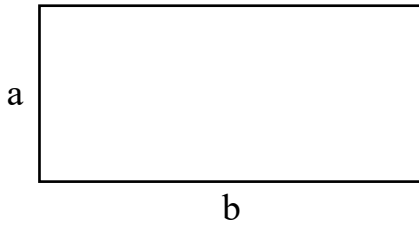
معادله  $x - y = 7$ : BC

$$AH = \frac{|4-2-7|}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}, M \left| \begin{matrix} 4 \\ -3 \end{matrix} \right.$$

$$AM = \sqrt{(4-4)^2 + (2+3)^2} = 5$$

$$HM = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{25 - \frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{25}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$x + 2y - 6 = 0$$



$$2x - y - 4 = 0$$

$$\begin{cases} a = \frac{|3 + 8 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \\ b = \frac{|6 - 4 - 4|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases} \rightarrow S = ab = \frac{10}{5} = 2$$

۹ (شفیق زاده) - گزینه ۴ (متوسط)

$$f(1) = 4, f(2) = 7, f'(1) = f'(2) = 3$$

$$g(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) - 4) \overbrace{(f(x) - 7)}^{-2}}{(x-1) \underbrace{(x+1)}_2}} = \frac{-3}{2} f'(1) = \frac{-9}{2}$$

$$g(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 7) \overbrace{(f(x) - 4)}^2}{(x-2) \underbrace{(x+2)}_4}} = \frac{3}{4} f'(2) = \frac{9}{4}$$

$$\rightarrow \frac{9}{4} - \frac{9}{2} = -\frac{9}{4}$$

۱۰ (شفیق زاده) - گزینه ۱ (دشوار)

فقط از عامل صفرکننده مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = 2x \times \frac{\cos \pi x}{x^2 + 1} \rightarrow f'(1) = -1$$

$$\text{جواب} = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{f(x)}{x-1} \times \frac{1}{x-3} \right) = f'(1) \times \left( -\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

۱۱ (شفیق زاده) - گزینه ۲ (آسان)

فقط از عامل صفرکننده صورت مشتق می‌گیریم:

$$f'_+(2) = \frac{2}{1 + \sqrt{ax}} = \frac{2}{1 + \sqrt{2a}}$$

$$f'_-(2) = \frac{-2}{1 + \sqrt{ax}} = \frac{-2}{1 + \sqrt{2a}}$$

$$m_1 m_2 = -1 \rightarrow \frac{-4}{(1 + \sqrt{2a})^2} = -1 \rightarrow 1 + \sqrt{2a} = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۱۲ (شفیق زاده) - گزینه ۲ (متوسط)

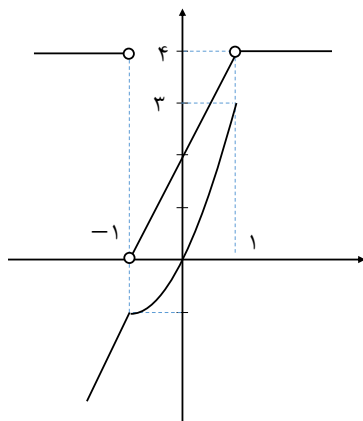
باید  $f$  در  $x = 1$  پیوسته باشد. پس باید  $x^3 + ax + 4 = 0$  باشد. بنابراین،  $a = -5$  است.

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x + 4}{bx - [x]}$$

$$f'_-(1) = \frac{3x^2 - 5}{b} = -\frac{2}{b} = \frac{2}{3} \rightarrow b = -3$$

$$f'_+(1) = \frac{3x^2 - 5}{b-1} = \frac{-2}{b-1} = \frac{1}{2}$$

۱۳ (شفیع زاده) - گزینه ۴ (متوسط)



$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 & |x| < 1 \\ 4 & |x| > 1 \end{cases}$$

با توجه به نمودارهای  $f$  و  $f'$ ، این دو تابع، در هیچ نقطه‌ای متقاطع نیستند.

۱۴ (شفیع زاده) - گزینه ۴ (دشوار)

$$\pi f(x) \sin x = x^x$$

$$\pi(\sin x f'(x) + \cos x f(x)) = 2x$$

$$\pi(\tan x f'(x) + f(x)) = \frac{2x}{\cos x}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \rightarrow \pi \times P = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}\pi \rightarrow P = \frac{4}{3}$$

۱۵ (شفیع زاده) - گزینه ۱ (متوسط)

$x = 2$  ریشه زیر رادیکال است.

$$8 - 6 + a = 0 \rightarrow a = -2$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x - 2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 3}{3\sqrt{(x^3 - 3x - 2)^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f'(x) = +\infty$$

۱۶ (شفیع زاده) - گزینه ۲ (آسان)

حد خواسته شده برابر  $(1)_{-2} f'_4$  است. در سمت راست  $x = 1$  داریم:

$$f(x) = \frac{-x + 2 + 3}{\sqrt{3x + 1}} = \frac{-x + 5}{\sqrt{3x + 1}}$$

$$f'(x) = \frac{-\sqrt{3x + 1} - \frac{3}{2\sqrt{3x + 1}}(-x + 5)}{3x + 1} \rightarrow f'(1) = -\frac{20}{16}$$

$$\rightarrow -2f'_4(1) = -2 \times \left(-\frac{20}{16}\right) = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$M(a, \sqrt{2a-1})$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \rightarrow M = f'(a) = \frac{1}{\sqrt{2a-1}}$$

$$\text{AM معادله: } y - \sqrt{2a-1} = \frac{1}{\sqrt{2a-1}}(x-a) \xrightarrow{y=0} x_A = 1-a$$

$$\text{MC معادله: } y - \sqrt{2a-1} = -\sqrt{2a-1}(x-a) \xrightarrow{y=0} x_C = 1+a$$

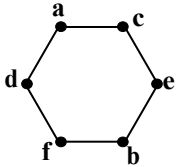
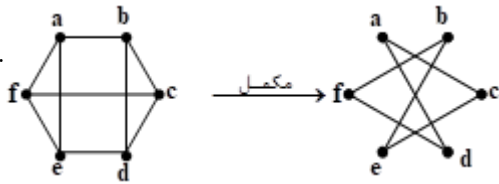
$$\rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{\frac{1}{2} - 1 + a}{1 + a - \frac{1}{2}} = \frac{2a-1}{2a+1} = \frac{3}{7}$$

$$\rightarrow 14a - 7 = 6a + 3 \rightarrow a = \frac{5}{4}$$

<p>۲۰ (مهدوی) - گزینه ۲ (متوسط) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید</p> 	<p>۱۹ (مهدوی) - گزینه ۳ (دشوار) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید</p> 	<p>۱۸ (مهدوی) - گزینه ۱ (آسان) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید</p> 
<p>۲۳ (مهدوی) - گزینه ۲ (دشوار) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید</p> 	<p>۲۲ (مهدوی) - گزینه ۲ (متوسط) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید</p> 	<p>۲۱ (مهدوی) - گزینه ۴ (آسان) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید</p> 
<p>۲۶ (مهدوی) - گزینه ۴ (متوسط) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید.</p> 	<p>۲۵ (مهدوی) - گزینه ۳ (دشوار) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید.</p> 	<p>۲۴ (مهدوی) - گزینه ۳ (متوسط) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید</p> 
<p>۲۹ (مهدوی) - گزینه ۲ (متوسط) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید.</p> 	<p>۲۸ (مهدوی) - گزینه ۲ (متوسط) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید.</p> 	<p>۲۷ (مهدوی) - گزینه ۴ (متوسط) پاسخ سوال را <a href="#">اینجا</a> ببینید.</p> 

۳۰ (ایزدپناه) - گزینه ۲

مکمل گراف گزینه ۲ را رسم می‌کنیم



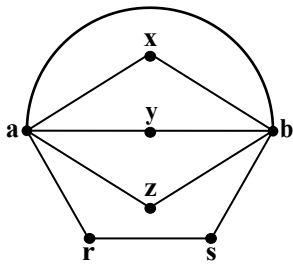
با جابه‌جا کردن محل قرارگیری رأس‌ها گراف شکل زیر حاصل می‌شود:

همان‌طور که مشاهده می‌شود مکمل گراف گزینه ۲ همبند است.

با رسم مکمل گراف‌های سه گزینه دیگر، ناهمبند بودن آن‌ها را بررسی کنید.

۳۱ (ایزدپناه) - گزینه ۳

نمودار گراف به‌صورت زیر است:



دوره‌های به طول ۴ در این گراف عبارت‌اند از:  $absra, axbya, axbza, aybza$

۳۲ (ایزدپناه) - گزینه ۳

یال‌های ۱۰ گانه قابل رسم با این مجموعه رئوس را بررسی می‌کنیم.

(۱) گراف شامل یال  $ac$  و  $ad$  بوده اما فاقد یال‌های  $bc$  و  $bd$  است. از طرفی فاقد یال  $ab$  است.

(۲) ممکن است هر دو رأس  $a$  و  $b$  مجاور با رأس  $e$  باشند و یا هیچ‌کدام با رأس  $e$  مجاور نباشند. همچنین ممکن است فقط رأس  $b$  با رأس  $e$  مجاور باشد، پس ۳ حالت متفاوت در مورد ارتباط رئوس  $a$  و  $b$  با رأس  $e$  وجود دارد.

(۳) یال‌های  $cd$ ,  $ce$  و  $ed$  هر کدام می‌توانند در گراف باشند یا نباشند.

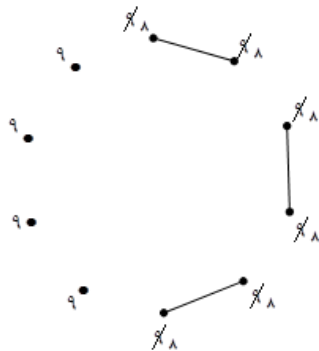
بنابراین:

$$تعداد\ گراف\ های\ مطلوب = 3 \times 2^3 = 24$$

۳۳ (ایزدپناه) - گزینه ۳

گراف  $K_1$  دارای  $\frac{10 \times 9}{2} = 45$  یال است. گراف مورد نظر، سه یال کمتر از گراف  $K_1$  دارد. برای اینکه تعداد رأس‌های درجه ۸ (رأس‌های

غیرماکزیمم) افزایش یابد، ۳ یال را مطابق شکل زیر از گراف حذف می‌کنیم:



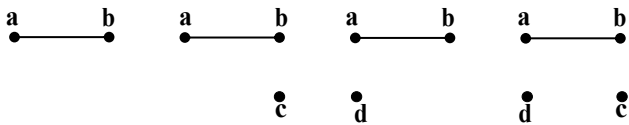
بنابراین گراف حداکثر ۶ رأس بادرجه ۸ دارد.

۳۴ (ایزدپناه) - گزینه ۲

زیرگراف‌های مطلوب باید حداقل یک یال داشته باشند که به دسته‌های زیر تقسیم می‌شوند:

(الف) زیرگراف‌های به اندازه ۲، تنها یک زیرگراف با این شرایط وجود دارد که خود گراف  $G$  است.

(ب) زیرگراف‌های به اندازه ۱ و شامل یال  $ab$ : در این صورت دو رأس  $a$  و  $b$  و یال  $ab$  در زیرگراف وجود دارند ولی هر کدام از رأس‌های  $c$  و  $d$  می‌توانند در زیرگراف حضور داشته باشند یا نداشته باشند، به عبارتی هر کدام ۲ انتخاب دارند و در نتیجه ۴ زیرگراف با این شرایط وجود دارد.



(پ) زیرگراف‌های به اندازه ۱ و شامل یال  $cd$ : تعداد این زیرگراف‌ها مانند قسمت (ب) برابر ۴ است.

بنابراین در مجموع  $1+4+4=9$  زیرگراف ناتهی برای گراف  $G$  وجود دارد.

۳۵ (ایزدپناه) - گزینه ۲

با توجه به اینکه مکمل گراف  $K_p$ ، گراف تهی است، پس گراف  $\bar{G}$  دارای ۲۴ یال است و در نتیجه برای این گراف داریم:  $(r)$  درجه هر رأس این گراف است.

$$2q = pr \Rightarrow 48 = p \times 4 \Rightarrow p = 12$$

از طرفی اگر  $a$  رأس دلخواهی از گراف  $G$  باشد، آنگاه:

$$d_G(a) + d_{\bar{G}}(a) = p - 1 \Rightarrow d_G(a) + 4 = 12 - 1 \Rightarrow d_G(a) = 7$$

یعنی درجه هر رأس گراف  $G$  برابر ۷ است (گراف  $G$ ، ۷-منتظم است). و در نتیجه ماکزیمم درجه در این گراف نیز برابر ۷ است.

۳۶ (ایزدپناه) - گزینه ۴

نکته: اگر  $u$  و  $v$  دو رأس از گراف  $G$  باشند، یک مسیر از  $u$  به  $v$  در گراف  $G$  دنباله‌ای از رئوس دوه‌دو متمایز در  $G$  است که از  $u$  شروع و به  $v$  ختم می‌شود، به طوری که هر دو رأس متوالی این دنباله در  $G$  مجاور هم باشند.

مسیرهای بین دو رأس  $a$  و  $h$  عبارتند از:

$abdefh$  ,  $abdegh$  ,  $acdefh$  ,  $acdegh$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۷ (ایزدپناه) - گزینه ۲

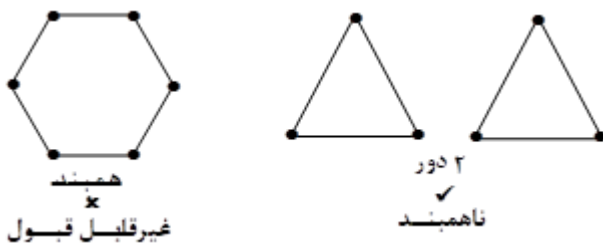
نکته: گراف  $G$  را همبند گوئیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر موجود باشد. اگر  $G$  همبند نباشد، ناهمبند است.

نکته: دنباله  $v_1 v_2 v_3 \dots v_n v_1$  ( $n \geq 3$ ) از رئوس دوه‌دو متمایز که در آن هر رأس به رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول  $n$  می‌نامیم.

حالت‌های مختلف گراف را بررسی می‌کنیم:

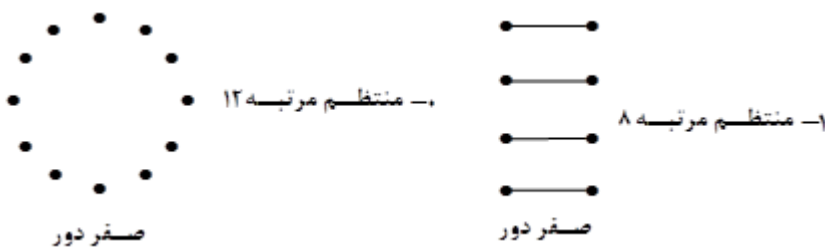
$$p + q = 12 = \underbrace{0+12=1+11=2+10=3+9=4+8}_{\text{تشکیل نمی‌شوند}} = 5+7 = 6+6$$

گراف منتظم از مرتبه ۶ و اندازه ۶ یک گراف ۲- منتظم مرتبه ۶ است که به دو نوع قابل رسم است:



و اینک ادامه حالت‌های گراف:

$$p = q = 12 = \begin{matrix} 12+0 \\ \downarrow \\ \text{ناهمینند و نامنتظم} \end{matrix} = \begin{matrix} 11+1 = 10+2 = 9+3 \\ \downarrow \\ \text{نامنتظم} \end{matrix} = \begin{matrix} 8+4 \\ \downarrow \\ \text{ناهمینند و نامنتظم} \end{matrix} = \begin{matrix} 7+5 \\ \downarrow \\ \text{نامنتظم} \end{matrix}$$



بنابراین گراف  $G$  حداکثر ۲ دور دارد و گزینه ۲ پاسخ است.

۳۸ (ایزدپناه) - گزینه ۱

نکته: گراف کامل گرافی است که درجه همه رأس‌های آن  $p-1$  و تعداد یال‌های آن برابر  $\binom{p}{2}$  است.

مطابق نکته داریم:

$$q(k_p) = \binom{p}{2}$$

$$p = \frac{1}{2}q \Rightarrow p = \frac{1}{2}\binom{p}{2} \Rightarrow p = \frac{1}{2}\left(\frac{p(p-1)}{2}\right) \Rightarrow p = \frac{p(p-1)}{4} \Rightarrow 2p = p(p-1) \xrightarrow{p \neq 0} p = 5$$

در گراف‌هایی که دارای مرتبه بیش از ۲ هستند، دور تشکیل می‌شود. تعداد دورهای به طول زوج در گراف کامل  $k_5$  برابر با تعداد دورهای به طول ۴ است.

$$\binom{5}{4} \frac{(4-1)!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

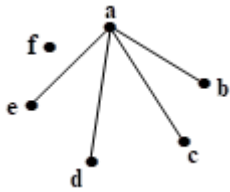
۳۹ (ایزدپناه) - گزینه ۲

نکته: تعداد یال‌های هر گراف  $C_n$  برابر است با:  $q = n$ نکته: تعداد یال‌های هر گراف  $P_n$  برابر است با:  $q = n - 1$ نکته: در هر گراف و مکمل آن داریم:  $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ در مکمل گراف  $C_n$ ، تعداد یال‌ها برابر است با:  $\binom{n}{2} - n$ همچنین مکمل گراف  $P_n$  شامل  $\binom{n}{2} - (n-1)$  یال است، پس می‌توان نوشت:

$$q(\bar{P}_n) + q(\bar{C}_n) = \binom{n}{2} - n + \left( \binom{n}{2} - (n-1) \right) = n(n-1) - 2n + 1 = n^2 - 3n + 1$$

۴۰ (ایزدپناه) - گزینه ۴

نکته: به مجموع رأس‌هایی از گراف  $G$  که به رأس  $v$  متصل باشد، همسایگی باز رأس  $v$  و با  $N_G(v)$  نمایش می‌دهیم، همچنین اگر خود رأس  $v$  را نیز به آن مجموعه اضافه کنیم به آن همسایگی بسته رأس  $v$  گفته می‌شود و  $N_G[v]$  نمایش می‌دهیم. نکته: هر زیرگراف از گراف  $G$ ، گرافی است که هم مجموعه رأس‌های آن و هم مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه مجموعه رأس و یال‌های گراف  $G$  باشند.



وقتی همسایه بسته رأس  $f$  تنها خود رأس  $f$  است، یعنی رأس  $f$  از درجه صفر است و با توجه به درجه رأس  $a$ ، ۴ یال  $ae, ad, ac, ab$  را همواره داریم، ولی یال‌های  $ce, ed, be, cd, bd, bc$  نیز می‌توانند رسم شوند و هم رسم نشوند، یعنی هر ۶ یال باقی‌مانده دو حالتی هستند، پس مطابق اصل ضرب  $2^6 = 64$  حالت برای رسم این ۶ یال وجود دارد که همان تعداد زیرگراف‌های خواسته شده است.

۴۱ (حیدری - دیارکجوری) - گزینه ۳

$$\text{طول عادی فنر} = \frac{۳۶ + ۲۴}{۲} = ۳۰ \text{ cm}$$

طول‌های ۳۲ cm و ۲۸ cm نسبت به مرکز نوسان متقارن‌اند. هرگاه از یک نقطه روی پاره خط نوسان فقط با یک بار تغییر جهت به نقطه متقارن آن برسیم، نصف دوره طول می‌کشد و مسافت طی شده برابر ۲A است.

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = ۲ \times ۳ \sqrt{\frac{۰/۰۴}{۶۴}} = ۶ \times \frac{۰/۲}{۸} = ۰/۱۵ \text{ s}$$

$$۳۶ - ۲۴ = ۱۲ \text{ cm} \rightarrow A = \frac{۱۲}{۲} = ۶ \text{ cm}$$

$$s_{av} = \frac{۳ + ۹}{۰/۱۵} = \frac{۲۴}{۰/۱۵} = ۱۶۰ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۴۲ (حیدری) - گزینه ۱

$$mg = kx \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{x} = \frac{۱۰}{۰/۰۳۶} = \frac{۱۰۰۰۰}{۳۶}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۱۰۰۰۰}{۳۶}} = \frac{۱۰۰}{۶} = \frac{۵۰}{۳} = ۲\pi f \rightarrow f = \frac{۵۰}{۶\pi} = \frac{۲۵}{۳\pi} = \frac{۲۵}{۹}$$

۴۳ (دیارکجوری) - گزینه ۱

اگر فنر در حین نوسان به طول عادی خود برسد و وزنه سرعت رو به بالا داشته باشد، وزنه و فنر از هم جدا می‌شوند؛ زیرا وزنه نمی‌تواند فنر را بالا بکشد! بنابراین باید دامنه نوساناتی که به وزنه می‌دهیم، طوری باشد که هیچ‌گاه نیاز نباشد طول فنر در حین نوسان بیشتر از طول عادی فنر شود.

تغییر طول فنر در حالت تعادل وزنه نسبت به طول عادی برابر  $\frac{mg}{k}$  است. بنابراین وزنه حداکثر می‌تواند به اندازه  $\frac{mg}{k}$  بالاتر برود و همچنان از

فنر جدا نشود. پس بیشترین دامنه ممکن برابر  $\frac{mg}{k}$  است.

۴۴ (حیدری) - گزینه ۲

$$۲۵T_A = ۱۵T_B \rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{۳}{۵} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{۹}{۲۵}$$

$$\begin{cases} \frac{L_A}{L_B} = \frac{۹}{۲۵} \\ L_B - L_A = ۸۰ \text{ cm} \end{cases} \rightarrow L_B - \frac{۹}{۲۵}L_B = ۸۰ \rightarrow \frac{۱۶}{۲۵}L_B = ۸۰ \rightarrow L_B = ۱۲۵ \text{ cm}$$

$$\Delta T_A = 12 T_B \rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{12}{5} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{144}{25}$$

$$\frac{L_A}{L_B + L_A} = \frac{144}{25 + 144} = \frac{144}{169} \rightarrow \frac{T_A}{T_C} = \sqrt{\frac{L_A}{L_C}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

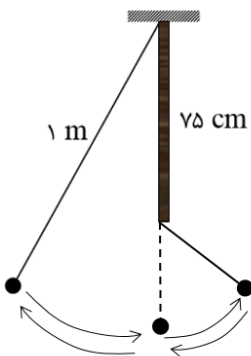
$$n = \frac{\Delta t}{T_C} \left. \begin{array}{l} \rightarrow \frac{n}{5} = \frac{T_A}{T_C} = \frac{12}{13} \rightarrow n = \frac{60}{13} \\ \Delta = \frac{\Delta t}{T_A} \end{array} \right\}$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \left( \frac{R_e}{R_e + 8R_e} \right)^2 = \frac{1}{81}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1} \times \frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{0.36L_1}{L_1} \times 81} = 0.6 \times 9 = 5/4$$

دوره نوسان این آونگ، عبارت از است مجموع نصف دوره نوسان آونگ ۱ متری و نصف دوره نوسان آونگ ۲۵ سانتی متری. پس:

$$T = \frac{1}{2} T_{(1m)} + \frac{1}{2} T_{(25cm)} = \pi \sqrt{\frac{1}{g}} + \pi \sqrt{\frac{0.25}{g}} = 1 + 0.5 = 1.5s$$



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0.1}} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow v_{max} = A\omega = 0.1 \times 20 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left( \frac{v}{v_{max}} \right)^2 = \frac{K}{E} \Rightarrow \frac{v}{v_{max}} = \sqrt{\frac{4}{5}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{5}} \times 2 = \frac{4\sqrt{5}}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E = U + K = \cdot / 5 + \cdot / 3 = \cdot / 8$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow \cdot / 8 = \frac{1}{2} k \times \left( \frac{8}{100} \right)^2$$

$$k = \frac{16}{10} \times \frac{10000}{64} = \frac{1000}{4} = 250 \frac{N}{m}$$

$$U = \cdot \rightarrow \cdot / 0.6 v_{\max}^2 = \cdot / 24 \rightarrow v_{\max}^2 = 4 \rightarrow v_{\max} = A\omega = 2$$

$$A \times \frac{2\pi}{T} = 2 \rightarrow A \times \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 2 \rightarrow A = \cdot / 2 m = 20 \text{ cm}$$

$$d = 20 \times 2 = 40 \text{ cm}$$

برای این اتفاق باید تشدید صورت بگیرد که شرط آن برابری دوره یا بسامد است:

$$T_2 = T_1 \rightarrow \frac{m_2}{k_2} = \frac{m_1}{k_1} \rightarrow \frac{m_2}{100} = \frac{m_1}{25} \rightarrow m_1 = \frac{1}{4} m_2$$

نوسان‌های  $k_1$  در راستای انتشار موج و نوسان‌های  $k_2$  عمود بر راستای انتشار موج است و بنابراین موج‌ها طولی و عرضی هستند. بسامد هر دو موج برابر با بسامد منبع (دیاپازون) است.

با توجه به جهت انتشار موج، پس از  $\frac{T}{4}$  وضعیت نقطه B مشابه وضعیت فعلی نقطه A می‌شود.

$$T = \frac{\lambda}{v} \rightarrow \frac{T}{4} = \frac{\lambda}{4v} = \frac{\cdot / 4 m}{4 \times 10} = \frac{1}{100} s$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{M}} = \sqrt{\frac{20 \times 4}{\cdot / 2}} = 20 \frac{m}{s}$$

دوره تناوب موج ایجاد شده در طناب، برابر با دوره تناوب سامانه جرم و فنر است:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\pi}{5} = \cdot / 6 s$$

$$\lambda = vT = 20 \times \cdot / 6 = 12 m$$

محیط انتشار برای هر دو موج یکسان است، پس سرعت پیشروی موج‌ها برابر است.

$$\frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \times \frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \times \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} = 3^2 \times \left( \frac{20}{12} \right)^2 = 25$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.5m}{1/20s} = 0.4 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = vT = 0.4 \times 0.5 = 0.2m \rightarrow \frac{\lambda}{2} = 0.1m = 10cm$$

۵۷ (دیارکجوری) - گزینه ۳

سرعت پیشروی موج در تشت موج با عمق آب رابطه مستقیم دارد. همان طور که در شکل مشخص است، عمق تشت موج رفته رفته کاهش می یابد و در نتیجه سرعت پیشروی امواج کاهش می یابد. چون بسامد نوسان ساز ثابت است، با کاهش سرعت و ثابت ماندن بسامد، طول موج کاهش می یابد. پس گزینه های ۲ و ۴ نادرست اند. گزینه ۱ هم نادرست است؛ زیرا کاهش سرعت و در نتیجه کاهش طول موج باید تدریجی باشد، که در گزینه ۱ این طور نیست.

۵۸ (دیارکجوری) - گزینه ۳

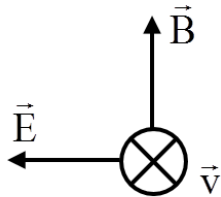
ابتدا دوره تناوب موج را حساب می کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{6 \times 10^{-7} m}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}} = 2 \times 10^{-15} s$$

بنابراین  $t = \frac{1}{4} \times 10^{-15} s$  معادل  $\frac{T}{8}$  است. اگر میدان الکتریکی در یک لحظه بیشینه باشد،  $\frac{T}{8}$  بعد، مقدار آن به  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  مقدار بیشینه می رسد

ولی جهت آن تغییر نمی کند (همچنان به سمت غرب است). چون میدان های مغناطیسی و الکتریکی موج همگام هستند، پس میدان مغناطیسی هم  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  مقدار بیشینه است.

از طرفی، جهت حرکت موج به سمت پایین (به سمت زمین) است. طبق قاعده دست راست که در شکل (نمای نقشه) می بینید، جهت میدان مغناطیسی به سمت شمال است:



۵۹ (دیارکجوری) - گزینه ۱

پس از دور کردن میله، بار کره های A و B به ترتیب برابر  $Q_A$  و  $-Q_A$  است (دقت کنید که خود  $Q_A$  منفی است!). پس از تماس کره C

با کره A بار هریک از آنها  $\frac{Q_A}{2}$  می شود. سپس کره C را با کره B تماس می دهیم و بار هریک برابر  $-\frac{Q_A}{4}$  می شود.

پس  $Q_A = -4qC$  است.

۶۰ (دیارکجوری) - گزینه ۴

در حالت اول،  $F_{BA}$  و  $F_{DA}$  یکدیگر را خنثی می کنند و فقط  $F_{CA}$  می ماند. پس  $F = F_{CA}$  است.

در حالت دوم، بار  $2q$  را در نقطه D داریم که فاصله اش از نقطه A نصف فاصله CA است. پس:

$$F' = F_{DA} - F_{CA} = 2 \times 4F - F = 7F$$

با نوشتن معادلات برداری میدان برای دو حالت، داریم:

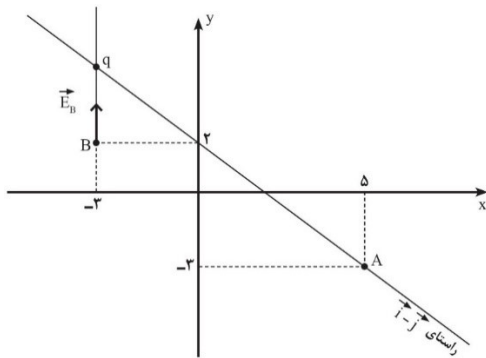
$$\begin{cases} \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \\ -\vec{E}_1 + 2\vec{E}_2 = -3\vec{E} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_1 = -\frac{5}{2}\vec{E}_2$$

چون نقطه M بین دو بار است و بردارهای  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  ناهمسو هستند، پس دو بار همنام هستند.

اکنون از نسبت اندازه میدان‌ها برای پیدا کردن نسبت اندازه بارها استفاده می‌کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{q_2}{q_1} \times 9 \Rightarrow \left|\frac{q_2}{q_1}\right| = \frac{2}{45}$$

خطوط میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای، شعاعی هستند. بنابراین مکان بار q نقطه تلاقی راستای بردار  $\vec{i} - \vec{j}$  و راستای بردار  $\vec{E}_B$  است. شکل زیر را ببینید:



همانطور که در شکل مشخص است، با محاسبه می‌فهمیم مکان بار q نقطه  $(-3\text{ m}, 5\text{ m})$  است.

از طرفی جهت بردار میدان در نقطه B به سمت بار q است، یعنی بار منفی است. همچنین فاصله بار q از نقطه B برابر ۳ متر است. پس:

$$36000 = 9 \times 10^9 \frac{|q|}{3^2} \Rightarrow |q| = 36\mu\text{C} \xrightarrow{q < 0} q = -36\mu\text{C}$$

در نقطه  $E = 0$  جهت خط میدان تغییر می‌کند، پس ابتدا مکان این نقطه را باید پیدا کنیم. از آرایش خطوط میدان معلوم است که دو بار ناهنام و ناهم‌اندازه هستند و  $q_1 < 0$  و  $q_2 > 0$  است و همچنین بار  $q_1$  اندازه بزرگتری دارد. پس نقطه  $E = 0$  بیرون دو بار و در سمت بار  $q_2$  قرار دارد:

$$\left|\frac{q_2}{q_1}\right| = \left(\frac{x}{30+x}\right)^2 \Rightarrow \frac{x}{30+x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 10\text{ cm}$$

بنابراین نقطه M سمت راست نقطه  $E = 0$  قرار دارد و میدان در آن نقطه به سمت چپ است. (دقت کنید که بین M و بار  $q_2$  جهت میدان را بار  $q_2$  معلوم می‌کند، چون میدان قوی‌تری دارد. اما پس از نقطه  $E = 0$  جهت میدان را بار  $q_1$  تعیین می‌کند.) پس از تماس دو کره، بار هریک منفی می‌شود و بنابراین در نقطه M جهت میدان باز هم به سمت چپ خواهد بود.

$$Eq = mg$$

$$\begin{cases} F_{\text{net}_1} = \Delta Eq - 2mg = 2Eq \xrightarrow{F_{\text{net}}d = \Delta K} \Delta K_2 = \Delta K_1 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 1 \\ F_{\text{net}_2} = 2Eq + mg = 2Eq \end{cases}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2}$$

۶۵ (محمدپور) - گزینه ۳

$$\frac{|\Delta V_{AB}|}{|\Delta V_{\text{کل}}|} = \frac{AB \sin \alpha}{\Delta cm} \Rightarrow |\Delta V_{AB}| = 40V \times \frac{5 \times 0.3}{5} = 12V \xrightarrow{V_A > V_B} V_B - V_A = -12V$$

۶۶ (حیدری) - گزینه ۴

با بسته شدن کلید داخلی، تمام بار کره داخلی به پوسته کره منتقل می‌شود و بار پوسته کره  $10 \mu C = 8 - 18$  خواهد شد. حال دو کره مشابه داریم با بارهای  $12 \mu C +$  و  $10 \mu C -$  که بار نهایی هر یک عبارت است از:

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{12 - 10}{2} = 1 \mu C$$

۶۷ (حیدری) - گزینه ۳

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{60 - 12}{2} = 24 \mu C$$

$$\begin{cases} \sigma_A \text{ اولیه} = \frac{60}{4 \times 3 \times (0.1)^2} = 500 \frac{\mu C}{m^2} \\ \sigma_A \text{ نهایی} = \frac{60}{4 \times 3 \times (0.1)^2} = 200 \frac{\mu C}{m^2} \end{cases} \rightarrow \Delta \sigma = 300 \frac{\mu C}{m^2}$$

۶۸ (حیدری) - گزینه ۱

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 \xrightarrow{V = \text{ثابت و } C_2 = 8C_1} U_2 = 8U_1 \xrightarrow{Q = \text{ثابت و } C_2 = \frac{1}{8}C_1} U_3 = 8U_2 = 64U_1$$

۶۹ (حیدری) - گزینه ۴

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} C (v_2 + v_1)(v_2 - v_1)$$

$$\rightarrow 1600 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times 40 \times (v_2 - v_1)$$

$$\rightarrow v_2 - v_1 = 4$$

۷۰ (حیدری) - گزینه ۲

قسمتی که با فلز پر شده است، اثر خازنی ندارد و فقط مانند آن است که فاصله بین صفحات خازن  $\frac{1}{3}$  برابر شده باشد و سپس دی‌الکتریک با ثابت ۵ در آن قرار گرفته باشد:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\Delta \epsilon \cdot \frac{A}{d}}{\epsilon \cdot \frac{A}{d}} = 15$$

## ۷۱- گزینه ۱

$$+ (از دست رفت توسط آلومینیوم) Q + (جذب شده توسط آب) Q = 0$$

$$+ (از دست رفته توسط نقره) Q + (از دست رفته توسط آهن) Q = 0$$

$$\Delta\theta = 55 - 35 = 20^\circ C \text{ برای فلزها}$$

می دانیم  $Q = mc\Delta\theta$  است و این مقدار را برای هر سه فلز آلومینیوم، آهن و نقره برابر است.

$$Q_{Al} = 10 \times 0.9 \times -20 = -180$$

$$Q_{Fe} = 20 \times 0.45 \times -20 = -180$$

$$Q_{Ag} = 40 \times 0.225 \times -20 = -180$$

$$Q_{H_2O} = 135 \times 4 \times \Delta\theta = 540 \cdot \Delta\theta$$

$$-(3 \times 180) + 540 \times \Delta\theta_{\text{آب}} = 0$$

$$\rightarrow \Delta\theta_{\text{آب}} = +1$$

بنابراین دمای اولیه آب  $34^\circ C$  بوده است.

## ۷۲- گزینه ۳

موارد «الف» و «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) پیوند کربن - اکسیژن در بنزالدهید دوگانه ولی در دی‌متیل‌اتر یگانه است.

ب) گرمای سوختن با واحد  $\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$  همان ارزش سوختی است که در آلکان‌ها با زیاد شدن تعداد اتم کربن کاهش می‌یابد.

پ) گرمای ویژه برای اتانول که در دمای اتاق مایع است از سدیم کلرید جامد بیشتر است.

ت) آمونیاک ( $\text{NH}_3$ ) نسبت به  $\text{N}_2\text{H}_4$  سطح انرژی پایین‌تر و پایداری بیشتری دارد.

## ۷۳- گزینه ۲

گرمای واکنش تبدیل  $\text{CO}$  به  $\text{CO}_2$  را می‌توان در گرماسنج و به روش مستقیم اندازه گرفت.

واکنشی که در این مورد در رابطه با آن امکان پذیر نیست، واکنش تهیه  $\text{CO}$  از کربن است.

## ۷۴- گزینه ۲

موارد دوم و سوم درست بیان شده‌اند.

دلیل نادرستی عبارت‌های اول و چهارم و پنجم:

عبارت اول: در اندازه‌گیری آنتالپی پیوند، انرژی مصرف می‌شود.

عبارت چهارم: آنتالپی الماس الماس از گرافیک و آنتالپی پیوند گرافیت از الماس بیشتر است.

عبارت پنجم: آنتالپی پیوند  $\text{C} - \text{C}$  از  $\text{O} - \text{O}$  بیش‌تر است.

۷۵- گزینه ۲

بررسی موارد:

الف) فرمول مولکولی این ساختار  $C_7H_{10}O$  است. (نادرست)

ب) در مجموع ۲۰ جفت پیوندی و ۲ جفت ناپیوندی در ساختار آن وجود دارد. (درست)

پ) گروه عاملی استری (  $\text{---}\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}\text{---}\text{O}\text{---}$  ) در آن وجود ندارد. (نادرست)  
 ت) هر مول از آن با جذب یک مول  $H_2$  سیر می‌شود. (درست)

$$22.0 \text{ g } C_7H_{10}O \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_{10}O}{110 \text{ g } C_7H_{10}O} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } C_7H_{10}O} = 2 \text{ mol } H_2$$

ث) در ساختار آن ۱۰ پیوند C-H و ۶ پیوند C-C وجود دارد. (درست)

۷۶- گزینه ۲

ابتدا رابطه آنتالپی واکنش براساس آنتالپی پیوندهای مواد موجود در واکنش را می‌نویسیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = (\Delta H_{N \equiv N} + 2\Delta H_{H-H}) - (\Delta H_{N-N} + 4\Delta H_{N-H}) = +90$$

$$\rightarrow \Delta H_{N \equiv N} + 2(435) - \Delta H_{N-N} - 4(390) = +90$$

$$\rightarrow \Delta H_{N \equiv N} - \Delta H_{N-N} = 90 + 4(390) - 2(435) = 780$$

۷۷- گزینه ۲

برای حل این سوال از قانون هس استفاده می‌کنیم و سه واکنش داده شده را طوری تغییر می‌دهیم که از مجموع آن‌ها به واکنش  $2A + D \rightarrow 3C + 4B$ 

برسیم:

واکنش a را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$a') 2A + 4C \rightarrow 2B + 2F \quad \Delta H'_1 = 2\Delta H_1 = 2 \times 350 = 700 \text{ kJ}$$

واکنش b را معکوس کرده و در  $\frac{1}{4}$  ضرب می‌کنیم:

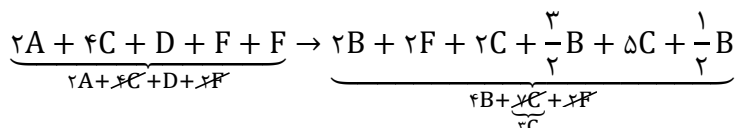
$$b') D + F \rightarrow 2C + \frac{3}{4}B \quad \Delta H'_2 = -\frac{1}{4}\Delta H_2 = +200 \text{ kJ}$$

واکنش c را نیز معکوس کرده و در  $\frac{1}{4}$  ضرب می‌کنیم:

$$c') F \rightarrow 5C + \frac{1}{4}B \quad \Delta H'_3 = -\frac{1}{4} \times \Delta H_3 = -115 \text{ kJ}$$

حال سه واکنش را با هم جمع می‌کنیم:

$$a' + b' + c' =$$



$$\rightarrow 2A + D = 4B + 3C$$

$$\Delta H = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3 = 700 + 200 - 115 = 785 \text{ kJ}$$

۷۸- گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) فلئوئور اکسنده‌ترین نافلز بوده و واکنش  $2KF + I_2 \rightarrow 2KI + F_2$  غیر خودبه‌خودی است.

ب) با افزایش محلول آبی (KI) به‌عنوان کاتالیزگر به محلول  $H_2O_2$  سرعت تولید گاز  $O_2$  افزایش می‌یابد.

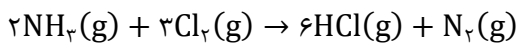
پ) با وارد کردن مقدار زیادی از گاز  $O_2$  به ظرف حاوی آهن داغ و سرخ‌شده، به‌علت افزایش غلظت، آهن می‌سوزد.

ت) با هدایت گرمای تولید شده از سوختن آهن به ظرف حاوی پتاسیم پرمنگنات و یک اسید آلی، به‌علت وجود گرمای بیشتر، محلول با سرعت

زیادی بی‌رنگ می‌شود.

۷۹- گزینه ۲

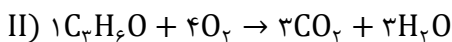
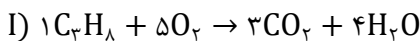
ابتدا معادله را موازنه می‌کنیم:



$$R_{HCl} = \frac{560 \times \frac{30}{100} \times \frac{6}{5}}{22/4 \times 30} = 0.7 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

۸۰- گزینه ۲

معادله موازنه شده هر واکنش به‌صورت زیر است:



$$\left. \begin{array}{l} II) \frac{\bar{R}_{O_2}}{4} = \bar{R}_{II} \\ I) \frac{\bar{R}_{CO_2}}{3} = \bar{R}_I \end{array} \right\} \rightarrow \bar{R}_{II} = 2\bar{R}_I \rightarrow \frac{\bar{R}_{O_2}}{4} = 2 \frac{\bar{R}_{CO_2}}{3}$$

$$\rightarrow \frac{\bar{R}_{O_2}}{\bar{R}_{CO_2}} = \frac{8}{3}$$

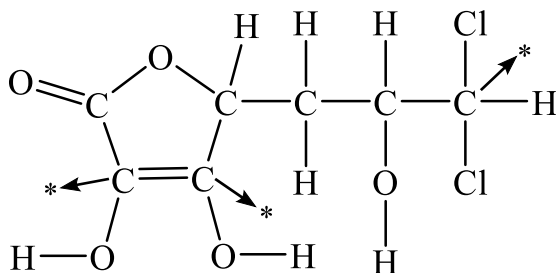
۸۱- گزینه ۳

میانگین عدد اکسایش نیتروژن را به دست می‌آوریم:

$$NH_4NO_3: 2N + (4 \times 1) + (3 \times (-2)) = 0$$

$$\rightarrow N = +1$$

کربن‌هایی که با علامت \* مشخص شده‌اند، عدد اکسایش +۱ دارند:

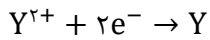
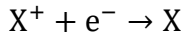


$X^+$  اکسنده قوی تری است؛ بنابراین در قسمت بالاتری در جدول سری الکتروشیمیایی قرار دارد.

بررسی عبارت‌ها:

الف: درست؛ در کاتد واکنش  $X^+ + e^- \rightarrow X$  انجام می‌گیرد و با گذشت زمان غلظت  $X^+$  در اطراف این الکتروود کاهش می‌یابد.

ب: درست؛ با توجه به دو نیم واکنش زیر:

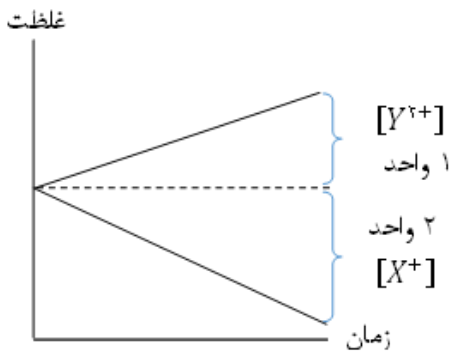


با توجه به اکسنده تر بودن  $X^+$ ، گونه سمت راست و پایین، یعنی  $Y$  کاهنده قوی تری است.

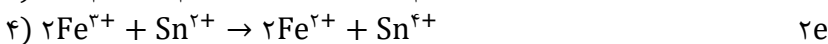
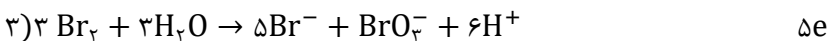
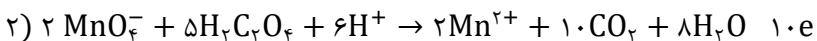
پ: نادرست؛ برای آن که بتوان محلول نمک  $X^+$  را در ظرفی از جنس فلز  $Y$  نگهداری کرد، می‌باید  $Y$  در جدول سری الکتروشیمیایی جایگاه بالاتری

داشته باشد.

ت: درست؛ با توجه به بار دو کاتیون  $X^+$  و  $Y^{2+}$ ، نمودار غلظت زمان سلول گالوانی به صورت زیر است:



پس از موازنه واکنش‌ها، تعداد الکترون‌های مبادله شده محاسبه می‌شود:

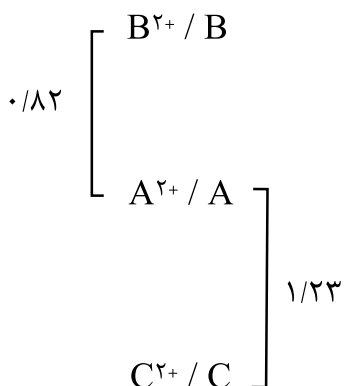


نسبت تعداد الکترون مبادله شده به ضریب گونه کاهنده در گزینه‌ها به ترتیب ۱، ۲،  $\frac{5}{3}$  و ۲ است.

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به داده‌های سوال، ترتیب قرارگیری سه عنصر  $A$ ،  $B$  و  $C$  در سری الکتروشیمیایی به صورت زیر است: بنابراین  $emf$  سلول حاصل از  $B$  و  $C$  برابر  $2/0.5$  ولت است.



ب) با توجه به این که کاتیون  $A^{2+}$  بالاتر از  $C^{2+}$  است، اکسنده قوی تری نسبت به آن می‌باشد.

پ) کاتیون  $C^{2+}$  با هیچ یک از دو فلز  $A$  و  $B$  واکنش نمی‌دهد و می‌توان آن را در هر دو ظرف نگهداری کرد.

ت) واکنش « $B^{2+} + C \rightarrow B + C^{2+}$ » به صورت خودبه خودی انجام پذیر است.

۸۵- گزینه ۲

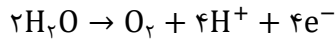
بررسی گزینه‌ها:

الف) نادرست: برای برقکافت آب از هر ترکیب یونی نمی‌توان استفاده کرد، چراکه امکان تجزیه خود نمک هم وجود دارد.

ب) نادرست؛ به‌ازای تولید هر مول  $H_2$ ، دو مول الکترون مبادله می‌شود.

$$3/01 \times 10^{22} \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{6/02 \times 10^{23}} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } e^-} \times \frac{22400 \text{ ml}}{1 \text{ mol } H_2} = 560 \text{ ml}$$

پ) درست؛ اکسیژن و اسید هر دو اطراف آند آزاد می‌شوند:

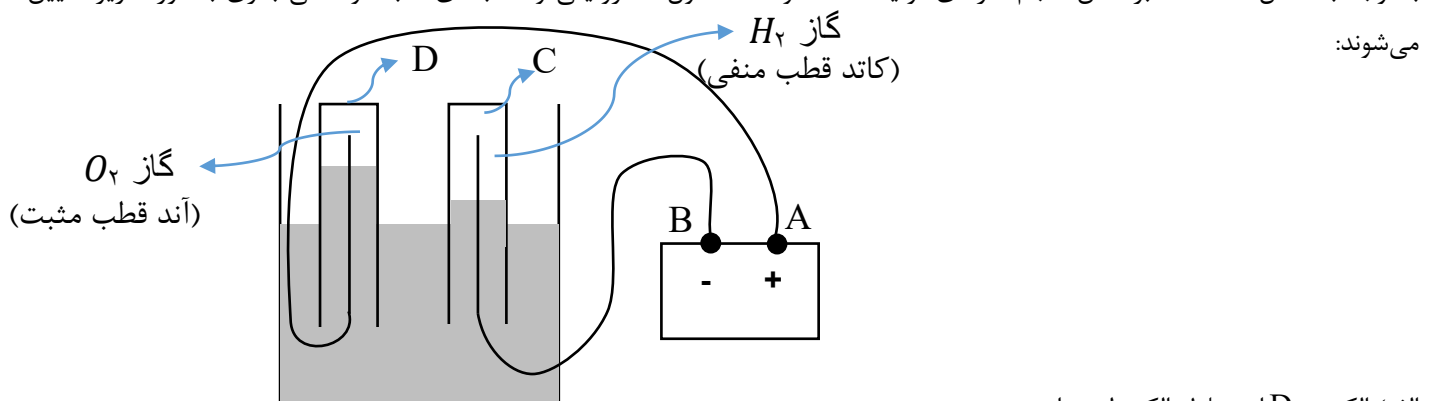


ت) درست؛ با توجه به این‌که آب واکنش‌های اکسایش و کاهش را می‌دهند، الکترودهای گرافیتی دچار تغییر جرم نمی‌شوند.

۸۶- گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

با توجه به شکل داده‌شده، براساس حجم گازهای تولیدشده، آند و کاتد سلول الکترولیتی و قطب‌های مثبت و منفی باتری به‌صورت زیر تعیین



الف) الکتروکاتد D، آند سلول الکترولیتی است.

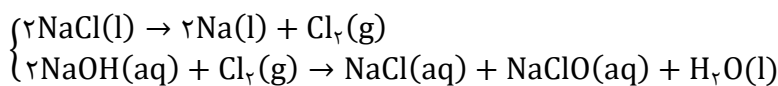
ب) در محیط C که کاتد سلول الکترولیتی است، آب کاهش یافته و یون  $OH^-$  به‌همراه گاز  $H_2$  تولید می‌کند و pH بزرگ‌تر از ۷ می‌شود.

پ) در باتری (منبع)، B قطب منفی است.

ت) با توجه به این‌که در باتری (منبع)، B قطب منفی است، اگر به‌جای باتری از سلول گالوانی استفاده شود، B آند سلول گالوانی است و از بین دو

فلز Ni و Cr، تیغه فلز کروم (کاهنده قوی‌تر) باید به‌جای B قرار گیرد.

۸۷- گزینه ۳



$$\frac{Xg \text{ NaCl} \times \frac{50}{100}}{2 \times 58/5} = \frac{\frac{745 \times 1}{10^3 \times 74/5} \text{ NaClO} \times 500}{1}$$

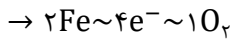
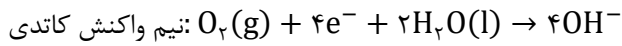
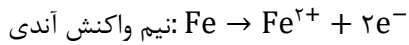
$$\rightarrow X = 1170g \text{ NaCl}$$

۸۸- گزینه ۲

همه مفاهیم ذکرشده در گزینه‌ها درست هستند بجز گزینه ۲.

در محیط اسیدی نیم‌واکنش کاتدی (کاهش اکسیژن) تغییر کرده و باعث تغییر emf سلول تشکیل شده می‌گردد.

نیم‌واکنش‌های انجام‌شده به‌صورت زیر هستند:



با توجه به این‌که تعداد الکترون مصرفی برابر ۰/۴ مول است، درآند ۰/۲ مول و در کاتد ۰/۱ مول مصرف شده است.

$$\frac{\text{جرم Fe}}{\text{جرم O}_2} = \frac{0/2 \times 56}{0/1 \times 32} = 3/5$$

در خوردگی آهن، آب نه اکسنده و نه کاهنده است و تنها نقش واکنش دهنده در کاتد و ایجاد الکتروولیت در فرایند را ایفا می‌کند.